

prof. dr hab. Lesław Socha

Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie

Wydział Matematyczno-Przyrodniczy. Szkoła Nauk Ścisłych

Quasi-optymalne sterowanie w nieliniowym przełączającym zagadnieniu optymalnego śledzenia

W referacie zostanie przedstawiony problem wyznaczania quasi-optimalnego sterowania pewnego układu śledzącego z przełączeniami markowskimi scharakteryzowanymi macierzą przełączeń Γ .

Będziemy rozważać wielomianowy stochastyczny układ hybrydowy opisany stochastycznymi równaniami Ito

$$d\mathbf{x}(t) = [\mathbf{A}(r(t))\mathbf{x} + \Phi(\mathbf{x}(t), r(t)) + \mathbf{B}(r(t))\mathbf{u}(t)] dt + \sum_{k=1}^M \mathbf{G}_k(r(t))dw_k(t),$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0,$$

gdzie \mathbf{x} jest n -wymiarowym wektorem stanu, $\mathbf{u}(t)$ jest m -wymiarowym wektorem sterowania, $\mathbf{A}(l) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}(l) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ and $\mathbf{G}_k(l)$ są odpowiednio stałymi macierzami i wektorami; $l = 1, \dots, N$, $k = 1, \dots, M$, $\Phi(\mathbf{x}(t), r(t))$ jest pewnym nieparzystym wielomianem, $w_k(t)$, $t \geq 0$, są wzajemnie niezależnymi standardowymi procesami Wienera, $k = 1, \dots, M$, $r(t)$, $t \geq 0$, jest prawostronnie ciągłym łańcuchem Markowa przyjmującym wartości w skończonym zbiorze $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, N\}$ z macierzowym generatorem $\Gamma = [\gamma_{ij}]_{N \times N}$, tzn.

$$\mathbf{P}\{r(t + \delta) = j \mid r(t) = l\} = \begin{cases} \gamma_{lj}\delta + o(\delta), & \text{if } l \neq j, \\ 1 + \gamma_{ll}\delta + o(\delta), & \text{if } l = j, \end{cases}$$

gdzie $\delta > 0$, $\gamma_{lj} \geq 0$ jest współczynnikiem przejścia z l do j if $l \neq j$, $\gamma_{ll} = -\sum_{l \neq j} \gamma_{lj}$. Zakładamy, że kryterium optymalizacji ma postać

$$I = E [(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_r)^T \mathbf{Q}(r(t))(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_r) + \Psi(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_r, r(t)) + \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{R}(r(t))\bar{\mathbf{u}}],$$

gdzie

$\bar{\mathbf{x}}$ oraz $\bar{\mathbf{u}}$ oznaczają odpowiednio stacjonarne wartości wektora stanu i sterowania;

\mathbf{x}_r jest śledzonym stałym wektorem, $\mathbf{Q}(l) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ oraz $\mathbf{R}(l) \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $l \in \mathcal{S}$, są stałymi dodatnimi macierzami;

$\Psi(\bar{\mathbf{x}}, r(t))$ jest parzystym wielomianem.

Quasi-optymalne sterowanie będzie wyznaczane za pomocą procedury iteracyjnej, gdzie nieliniowy wielomian $\Phi(\mathbf{x}(t), r(t))$ będzie linearyzowany, a $\Psi(\bar{\mathbf{x}})$ kwadratyzowany oraz wykorzystamy metodę LQG dla układów ze średniokwadratowym kryterium. Otrzymane wyniki będą ilustrowane przykładem.