prof. dr hab. Igor Jaworski, dr hab. inż. Roman Juzefowycz
dr inż. Zbigniew Zakrzewski, dr inż. Jacek Majewski
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy,
Instytut Telekomunikacji i Informatyki
Instytut Fizyczno-Mechaniczny NAN Ukrainy, Lwów

Łącznie okresowo niestacjonarne procesy losowe i metody ich wzajemnej analizy statystycznej

Z koniecznością przeprowadzenia analizy powiązań między właściwościami zjawisk spotykamy się w wielu dziedzinach nauki i techniki, w tym w geofizyce, oceanologii, hydrometeorologii, medycynie, diagnostyce technicznej, telekomunikacji itd. Taka analiza może być przeprowadzona w oparciu o modele matematyczne zjawisk, jak też te charakterystyki, które opisują ich wzajemne właściwości. W ramach modeli w postaci stacjonarnych procesów losowych taką charakterystyką jest wzajemna gęstość widmowa, określająca tę część mocy jednego z procesów, która jest częścią mocy drugiego. Jednak modele stacjonarne, opisując stochastyczność, nie uwzględniają drugiej ważnej cechy czasowego zachowania wielu zjawisk — powtarzalności. Jak powtarzalność, tak i stochastyczność mogą być analizowane łącznie w oparciu o modele w postaci okresowo niestacjonarnych procesów losowych (ONPL). Wzajemne właściwości dwóch ONPL $\xi(t)$ i $\eta(t)$ mogą być opisane wzajemną funkcją kowariancji $b_{\xi\eta}(t,\tau) = E\,\mathring{\xi}(t)\,\mathring{\eta}(t+\tau)$, $\mathring{\xi}(t) = \xi(t) - m_\xi(t)$, $\mathring{\eta}(t) = \eta(t) - m_\eta(t)$, $m_\xi(t) = E\xi(t)$, $m_\eta(t) = E\eta(t)$, jak też wzajemną gęstością widmową

$$f_{\xi\eta}(\omega,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} b_{\xi\eta}(t,\tau)e^{i\omega\tau}\,d\tau.$$

Dla łącznie ONPL funkcje $b_{\xi\eta}(t,\tau)$ i $f_{\xi\eta}(\omega,\tau)$ są okresowymi funkcjami czasu i mogą być przedstawione za pomocą szeregów Fouriera:

$$b_{\xi\eta}(t,\tau) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} B_k^{(\xi\eta)}(\tau)e^{ik\omega_0 t}, \quad f_{\xi\eta}(\omega,\tau) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} f_k^{(\xi\eta)}(\omega)e^{ik\omega_0 t}. \tag{1}$$

Zerowe współczynniki Fouriera szeregów (1) $B_0^{(\xi\eta)}(\tau)$ i $f_0^{(\xi\eta)}(\omega)$ są charakterystykami powiązań procesów w tzw. przybliżeniu stacjonarnym. Współczynniki wyższych numerów są charakterystykami powiązań między właściwościami okresowej niestacjonarności. Komponenty kowariancyjne $B_k^{(\xi\eta)}(\tau)$ określone są korelacjami wzajemnymi między stacjonarnymi procesami losowymi, które modulują amplitudowo i fazowo nośne harmoniczne ONPL, zaś komponenty widmowe $f_k^{(\xi\eta)}(\omega)$ — korelacjami w dziedzinie częstotliwości. Do analizy obu korelacji zostały wprowadzone funkcja koherencji, komponentna i integralna, których podstawową cechą jest ich niezmienność przy przekształceniach liniowych. Takie funkcje koherencji mogą być obliczone na podstawie danych doświadczalnych za pomocą metod statystycznej analizy ONPL — koherentnej, komponentnej oraz metody najmniejszych kwadratów.

Wprowadzone wielkości należy stosować przy rozwiązywaniu zagadnień diagnostyki technicznej, telekomunikacji, jak też w innych dziedzinach powiązanych z analizą szeregów czasowych.