

*Andrzej Palczewski*  
*Uniwersytet Warszawski*  
*Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki*

## **Optymalne portfele inwestycyjne w modelu Blacka–Littermana dla dowolnych rozkładów**

Od dawna wiadomo, że klasyczny model optymalizacji portfela inwestycyjnego pochodzący od Markowitza proponuje portfel, którego optymalność nie sprawdza się w świecie rzeczywistych inwestycji. F. Black i R. Litterman zaproponowali modyfikację podejścia Markowitza polegającą (między innymi) na uwzględnieniu opinii inwestora na temat przyszłych zwrotów z inwestycji. Zasadniczym mankamentem modelu Blacka–Littermana było jego ograniczenie do normalnych rozkładów stóp zwrotu. Kilku autorów proponowało rozwiązania polegające na wyjściu poza rozkłady normalne. Te rozszerzenia modelu Blacka–Littermana ograniczały się jednak do rozkładów eliptycznych.

W referacie zostanie przedstawione rozszerzenie modelu Blacka–Littermana na dowolne ciągle rozkłady stóp zwrotu. W przypadku rozkładów dyskretnych, które stanowią skończoną próbę, z rozkładu ciągłego otrzymujemy rozszerzenie w sensie asymptotycznym (dla wielkości próby dążącej do nieskończoności). Metodologia Blacka–Littermana składa się z trzech zasadniczych kroków: (i) znalezienia równowagowego rozkładu stóp zwrotu, (ii) modyfikacji rozkładu równowagowego zgodnie z opiniami inwestora na temat przyszłych stóp zwrotu, (iii) znalezienia portfela optymalnego dla zmodyfikowanych stóp zwrotu.

Rozszerzenie modelu Blacka–Littermana poza rozkłady gaussowskie wymaga rozwiązania każdego z tych problemów dla wybranego rozkładu stóp zwrotu. Dla znalezienia rozkładu równowagowego opracowana została metoda rozwiązywania odwrotnego problemu optymalizacyjnego. Znaleziono także odpowiedni model pozwalający łączyć rozkład równowagowy z opiniami inwestora. W tym kroku wykorzystano oryginalne podejście Blacka–Littermana, w którym rozkład prognoz dziedziczy swoją postać z wybranego rozkładu stóp zwrotu. Dla otrzymanego zmodyfikowanego rozkładu stóp zwrotu rozwiązywany jest problem optymalizacyjny i znajdowany optymalny portfel inwestycyjny.