dr Paweł Keller
dr inż. Iwona Wróbel
Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
E-mail: p.keller@mini.pw.edu.pl, i.wrobel@mini.pw.edu.pl

Oszacowanie błędów zaokrągleń numerycznego przybliżania wartości głównych całek w sensie Cauchy'ego

Na XL Konferencji Zastosowań Matematyki przedstawiono referat, w którym pokazano (i zweryfikowano na wielu przykładach testowych), że wartość główna całki w sensie Cauchy'ego

$$I_\tau(f) := \fint_{-1}^{1} \frac{f(x)}{x-\tau}\,dx = \lim_{\mu\to 0^+}\left(\int_{-1}^{\tau-\mu} + \int_{\tau+\mu}^{1}\right)\frac{f(x)}{x-\tau}\,dx,$$

$(-1 < \tau < 1)$ może być efektywnie przybliżana numerycznie za pomocą równoważnego wzoru

$$I_\tau(f) = f(\tau)\,\log\frac{1-\tau}{1+\tau} + \int_{|x-\tau|\geqslant\delta} g(x)\,dx + \int_0^\delta h(x)\,dx,$$

gdzie $\delta = \min\{1+\tau, 1-\tau\}$, a funkcje g i h są postaci

$$g(x) = \frac{f(x)-f(\tau)}{x-\tau} \quad \text{i} \quad h(x) = \frac{f(\tau+x)-f(\tau-x)}{x}.$$

Jest oczywiste, że gdy $x \approx \tau$, może wystąpić spora utrata cyfr znaczących podczas obliczania wartości funkcji g i h. W tym referacie przedstawione będą teoretyczne oszacowania wpływu błędów zaokrągleń na końcowy błąd przybliżenia, uzasadniające bardzo dobre własności przedstawionej 4 lata temu metody. Oszacowania podane są zarówno w wypadku pesymistycznym, jak i — w bardziej praktycznym — przypadku średnim (z wykorzystaniem uproszczonego modelu).