13.09.2010

Wydział Matematyczno Przyrodniczy.
Szkoł a Nauk Ścisłych UKSW
PROF. UKSW DR HAB. KRZYSZTOF CHEŁMIŃSKI

Równania różniczkowe zwyczajne — semestr letni 2010

Egzamin poprawkowy — Grupa A

Nazwisko i imię:.. Numer indeksu:..........................

Zadanie 1 Znajdź rozwiązanie wysycone następującego problemu początkowego

$$x\dot{x} + 1 = (t-1)e^{-x^2/2}, \quad x(1) = 0.$$

Wskazówka: Podstaw $z = e^{x^2/2}$.

Zadanie 2 Znajdź całkę ogólną równania

$$(t - 3x^2)\, dt + (6tx - 2x^3)\, dx = 0.$$

Podaj rozwiązanie szczególne spełniające warunek $x(1) = 1$.
Wskazówka: Szukaj czynnika całkującego zależnego od $t + x^2$.

Zadanie 3 Znajdź rozwiązanie wysycone równania Riccatiego

$$t^2\dot{x} = t^2x^2 + tx + 1, \quad t > 0,$$

spełniające warunek początkowy $x(1) = 0$ wiedząc, że równanie to posiada rozwiązanie szczególne postaci $x = C/t$.

Zadanie 4 Znajdź rozwiązanie ogólne układu równań liniowych o stałych współczynnikach

$$\begin{cases} \dot{x_1} &= -x_1 + x_2 - 2x_3 \\ \dot{x_2} &= 4x_1 + x_2 \\ \dot{x_3} &= 2x_1 + x_2 - x_3 \end{cases}$$

oraz rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = -5$, $x_3(0) = -4$.

Zadanie 5 Znajdź dwie niezależne całki pierwsze (względem t, x_1, x_2) i rozwiązanie ogólne układu równań

$$\begin{cases} \dot{x_1} &= 4(x_1^2 + x_2^2)t \\ \dot{x_2} &= 8x_1x_2t \end{cases}.$$

Zadanie 6 Rozważ następujące zagadnienie początkowe z parametrem $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\dot{x} = 4t + \lambda x^2, \quad x(0) = \lambda + 1.$$

Znajdź funkcję $\frac{\partial x}{\partial \lambda}(t)$ dla $\lambda = 0$.

Zadanie 7 Znajdź rozwiązanie następującego równania różniczkowego cząstkowego pierwszego rzedu

$$x_1u_{x_1} + x_2u_{x_2} = u - x_1x_2$$

spełniającego warunek początkowy $u(x_1, 2) = x_1^2 + 1$.

Życzymy powodzenia. Krzysztof Chełmiński i Sławomir Michalik