

Równania różniczkowe 2009/10 dla II roku matematyki

Zakres na egzamin ustny

1. Co to są: równanie różniczkowe zwyczajne, rząd równania, zmienna zależna i niezależna, rozwiązanie równania, krzywa całkowa, postać normalna równania, zagadnienie Cauchy'ego (początkowe) dla równania zwyczajnego?
2. Co to są: równania elementarnie całkowne, autonomiczne i o zmiennych rozdzielonych? Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności dla równań o zmiennych rozdzielonych wraz z dowodem.
3. Co to są równania liniowe jednorodne i niejednorodne? Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności dla równań liniowych wraz z dowodem.
4. Co to są: równania zupełne, czynnik całkujący? Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności dla równań zupełnych wraz z dowodem.
5. Co to jest równanie Riccatiego? Jak znaleźć jego rozwiązanie ogólne, jeśli znamy jakieś rozwiązanie szczególne?
6. Jak sprowadzić równanie n -tego rzędu do układu równań 1-rzędu?
7. Twierdzenie Picarda-Lindelöfa o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego — sformułowanie i idea dowodu. Jak wygląda ciąg przybliżeń?
8. Sformułuj twierdzenie Peano o istnieniu rozwiązania równania różniczkowego. Czym się ono różni od twierdzenia Picarda-Lindelöfa?
9. Twierdzenie o przedłużaniu rozwiązań do maksymalnego przedziału — sformułowanie i idea dowodu.
10. Układy równań liniowych — twierdzenie o istnieniu, jednoznaczności i o maksymalnym przedziale istnienia rozwiązania wraz z ideą dowodu.
11. Wykazać, że zbiór rozwiązań układu m równań liniowych jednorodnych jest przestrzenią liniową wymiaru m .
12. Co to są: macierz Wrońskiego, wrońskian, fundamentalny układ rozwiązań? Jaki jest związek pomiędzy wrońskianem a fundamentalnym układem rozwiązań?
13. Twierdzenie Liouville'a wraz z ideą dowodu.
14. Co to jest e^A , gdzie A — macierz? Jak wyliczyć e^A dla macierzy nilpotentnych i diagonalnych? Co to ma wspólnego z rozwiązaniem układu o stałych współczynnikach $\dot{x} = Ax$?
15. Rozwiązywanie układów liniowych jednorodnych o stałych współczynnikach.
16. Rozwiązywanie równań liniowych wyższych rzędów o stałych współczynnikach. Jak wygląda fundamentalny układ rozwiązań?
17. Co to są całki pierwsze?
18. Co to są: punkt stabilny w sensie Lapunowa, punkt asymptotycznie stabilny, funkcja Lapunowa. Twierdzenie o badaniu stabilności punktów krytycznych za pomocą funkcja Lapunowa wraz z ideą dowodu.
19. Klasyfikacja punktów krytycznych — trajektorie układów liniowych na płaszczyźnie.
20. Twierdzenie o rozwiązywaniu równań w postaci szeregów potęgowych wraz z ideą dowodu. Zastosowanie w konkretnych równaniach.
21. Zagadnienia brzegowe dla równań liniowych drugiego rzędu. Co to jest zagadnienie Sturma-Liouville'a? Jak wygląda rozwiązanie tego zagadnienia?