

**Ćwiczenia z równań różniczkowych zwyczajnych dla II roku
matematyki (2009/2010)
Zadania przygotowawcze do II kolokwium — część II**

I. Zbadaj stabilność (w sensie Lapunowa i asymptotyczną) rozwiązania zerowego układu równań:

1.
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2^3 \end{cases};$$

2.
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 2x_2 + x_1^2 x_2^2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_1^3 x_2 \end{cases};$$

3.
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}x_1^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{4}x_2^3 \end{cases};$$

4.
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_2 - x_1(x_1 - x_2)^2 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 - \frac{3}{2}x_2(x_1 - x_2)^2 \end{cases}.$$

II. Znajdź rozwiązania równań metodą rozwijania w szereg potęgowy wokół $t_0 = 0$.
Na jakim zbiorze to rozwiązanie jest określone?

1. równanie Hermite'a $\ddot{x} - 2t\dot{x} + 2px = 0$, gdzie $p \in \mathbb{R}$ — stała;

2. $(1 - 4t^2)\ddot{x} + 6t\dot{x} - 4x = 0$;

3. $\ddot{x} + t\dot{x} + 3x = t^2$.