

Kolokwium z równań różniczkowych dla II roku matematyki
16 kwietnia 2010 r. Zestaw III

Imię i Nazwisko: Numer indeksu:

Zadanie 1. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} = -\frac{x+t+1}{2x+2t-1}$ i rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x(0) = 1$.

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} = \frac{2}{t}x + t^2 \cos t$.

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie ogólne równania

$$x(t+x+1) dt + t(t+3x+2) dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci $\mu = \varphi(t)$ lub $\mu = \varphi(x)$.

(Uwaga: μ musi spełniać równanie $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$.)

Zadanie 4. Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny $x^2 = t^2(1-ct)$ (gdzie c — parametr).

Zadanie 5. Wykaż, że $x_1(t) = \frac{2}{t}$ jest szczególnym rozwiązaniem równania $t^2\dot{x} + tx + t^2x^2 = 4$. Znajdź rozwiązanie ogólne tego równania.

Kolokwium z równań różniczkowych dla II roku matematyki
16 kwietnia 2010 r. Zestaw IV

Imię i Nazwisko: Numer indeksu:

Zadanie 1. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} = -\frac{x+t}{x+t-1}$ i rozwiązanie zagadnienia początkowego $x(1) = 0$.

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} = \frac{1}{t \ln t}x + 3t^2 \ln t$.

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie ogólne równania

$$(4tx + 3x^2 - t) dt + t(t + 2x) dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci $\mu = \varphi(t)$ lub $\mu = \varphi(x)$.

(Uwaga: μ musi spełniać równanie $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$.)

Zadanie 4. Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny $x(t^2+c)+2=0$ (gdzie c — parametr).

Zadanie 5. Wykaż, że $x_1(t) = 2+t$ jest szczególnym rozwiązaniem równania $\dot{x} - 2tx + x^2 = 5 - t^2$. Znajdź rozwiązanie ogólne tego równania.