

Kolokwium z równań różniczkowych dla II roku matematyki
16 kwietnia 2010 r. Zestaw I

Imię i Nazwisko: Numer indeksu:

Zadanie 1. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $t^2\dot{x} = tx - x^2$ i rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x(1) = 2$.

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} + 2tx = 2tx^2$.

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $3t(tx - 2) dt + (t^3 + 2x) dx = 0$ i rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x(0) = 1$.

Zadanie 4. Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny $t^3 = 3(x - c)$ (gdzie c — parametr).

Zadanie 5. Wykaż, że $x_1(t) = \frac{2}{t}$ jest pewnym szczególnym rozwiązaniem równania Riccatiego $\dot{x} + x^2 = 2t^{-2}$. Znajdź rozwiązanie ogólne tego równania.

Kolokwium z równań różniczkowych dla II roku matematyki
16 kwietnia 2010 r. Zestaw II

Imię i Nazwisko: Numer indeksu:

Zadanie 1. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $\dot{x} = \frac{x^2+tx}{t^2}$ i rozwiązanie zagadnienia początkowego $x(1) = \frac{1}{2}$.

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $3tx^2\dot{x} - 2x^3 = t^3$.

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie ogólne równania $(2t^3 - tx^2 - 2x + 3) dt - (t^2x + 2t) dx = 0$ i rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x(1) = 1$.

Zadanie 4. Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny $t^2 - x^2 = cx$ (gdzie c — parametr).

Zadanie 5. Wykaż, że $x_1(t) = \frac{1}{t}$ jest pewnym szczególnym rozwiązaniem równania Riccatiego $3\dot{x} + x^2 + \frac{2}{t^2} = 0$. Znajdź rozwiązanie ogólne tego równania.