1.06.2010

Wydział Matematyczno Przyrodniczy.
Szkoła Nauk Ścisłych UKSW
PROF. UKSW DR HAB. KRZYSZTOF CHEŁMIŃSKI

Równania różniczkowe cząstkowe — semestr letni 2010

Drugie kolokwium zaliczeniowe – Grupa B

Nazwisko i imię:.. Numer indeksu:..........................

Zadanie 1 Znajdź rozwiązanie zagadnienia Cauchy'ego

$$\begin{cases} u_t = 2\Delta u - 3u + 4u_y + 6t^2 e^{-3t} & \text{dla} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2,\ t > 0 \\ u(x,y,0) = \sin 2x \cos y & \text{dla} \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2. \end{cases}$$

Wskazówka: zastosuj podstawienie $u(x,y,t) = e^{at} v(x, y + bt, ct)$ dla odpowiednich $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Zadanie 2 Znajdź rozwiązanie na $\mathbb{R}^2_+$ równania

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + x \cos t & \text{dla} \quad x > 0,\ t > 0 \\ u(x,0) = -3x^3 + x + 1 & \text{dla} \quad x > 0 \\ u(0,t) = 1 & \text{dla} \quad t > 0. \end{cases}$$

Wskazówka: zastosuj podstawienie $u(x,t) = 1 + v(x,t)$.

Zadanie 3 Znajdź rozwiązanie zagadnienia mieszanego dla równania

$$\begin{cases} u_t = 4u_{xx} + 3u - 6x & \text{dla} \quad (x,t) \in (0,\pi) \times \mathbb{R}_+ \\ u(x,0) = 2x + 4\sin x - 2\sin 4x & \text{dla} \quad x \in (0,\pi) \\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 2\pi & \text{dla} \quad t > 0. \end{cases}$$

Wskazówka: W metodzie rozdzielenia zmiennych szukaj rozwiązania postaci $u(x,t) = 2x + v(x,t)$.

Zadanie 4 Wykaż, że problem początkowo-brzegowy

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 2u_x & \text{dla} \quad (x,t) \in (0,1) \times \mathbb{R}_+ \\ u(x,0) = f(x) & \text{dla} \quad x \in (0,1) \\ u(0,t) = a(t),\ u(1,t) = b(t) & \text{dla} \quad t > 0. \end{cases}$$

posiada co najwyżej jedno klasyczne rozwiązanie.

Wskazówka: Rozważ funkcję energii w postaci $e(t) = \int_0^1 u^2(x,t)\,dx$.

Życzymy powodzenia. Krzysztof Chełmiński i Sławomir Michalik