

**Równania Różniczkowe  
Kolokwium. Zestaw I.**

**Zadanie 1.** Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$\dot{x} = \frac{t + 2x - 4}{2t + x - 5}$$

**Zadanie 2.** Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$x(t + x + 1) dt + t(t + 3x + 2) dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci  $\mu = \varphi(t)$  lub  $\mu = \varphi(x)$ .  
(Uwaga:  $\mu$  musi spełniać równanie  $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$ .)

**Zadanie 3.** Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny krzywych:

$$x^2 + 2at = 0, \quad \text{gdzie } a \in \mathbb{R} - \text{ parametr.}$$

**Zadanie 4.** Znajdź rozwiązanie ogólne układu mając podany fundamentalny układ rozwiązań układu jednorodnego:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + t^2 & \varphi_1(t) = (-\sin t, \cos t) \\ \dot{x}_2 = x_1 + t & \varphi_2(t) = (\cos t, \sin t) \end{cases}$$

**Zadanie 5.** Znajdź rozwiązanie ogólne układu jednorodnego oraz rozwiązanie zagadnienia Cauchy'ego:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 \end{cases} ; \quad x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 2, \quad x_3(0) = 1.$$

**Równania Różniczkowe  
Kolokwium. Zestaw II.**

**Zadanie 1.** Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$\dot{x} = -\frac{2t + 3x - 1}{2t + 3x + 2}$$

**Zadanie 2.** Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$(4tx + 3x^2 - t) dt + t(t + 2x) dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci  $\mu = \varphi(t)$  lub  $\mu = \varphi(x)$ .  
(Uwaga:  $\mu$  musi spełniać równanie  $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$ .)

**Zadanie 3.** Znajdź rodzinę krzywych ortogonalnych do rodziny krzywych:

$$t^2 - \frac{1}{3}x^2 = a^2, \quad \text{gdzie } a \in \mathbb{R} - \text{ parametr.}$$

**Zadanie 4.** Znajdź rozwiązanie ogólne układu mając podany fundamentalny układ rozwiązań układu jednorodnego:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 2x_2 + e^t & \varphi_1(t) = (2e^{2t}, -e^{2t}) \\ \dot{x}_2 = x_1 + 4x_2 + e^{2t} & \varphi_2(t) = (e^{3t}, -e^{3t}) \end{cases}$$

**Zadanie 5.** Znajdź rozwiązanie ogólne układu jednorodnego oraz rozwiązanie zagadnienia Cauchy'ego:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 = +x_1 - x_2 - 2x_3 \\ \dot{x}_3 = -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \end{cases} ; \quad x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = 8, \quad x_3(0) = 6.$$