Dodatkowy egzamin poprawkowy z równań różniczkowych
Zestaw I. 22 września 2008 roku

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Uwaga: Z podanych 6 zadań należy wybrać i zrobić 5. Proszę zaznaczyć (np podkreślając) wybrane zadania.

Zadanie 1. Rozwiąż równanie stosując metodę rozwijania w szereg potęgowy wokół $t_0 = 0$

$$\ddot{x} + t\dot{x} + x = 0.$$

Na jakim zbiorze takie rozwiązanie jest określone?

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania

$$(t^2 + 1)\ddot{x} - 2t\dot{x} + 2x = 0$$

wiedząc, że jedno z rozwiązań ma postać

$$x_1(t) = t.$$

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie zagadnienia początkowego

$$(x + 1)\ddot{x} = (\dot{x})^2, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Zadanie 4. Znajdź rozwiązanie ogólne układu równań. Podaj macierz Wrońskiego i wronskian.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + 4x_2 \end{cases}.$$

Zadanie 5. Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$(3t^2x - 7)\,dt + (3t^3 - 2t^2x)\,dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci $\mu = \varphi(t)$ lub $\mu = \varphi(x)$.
(Uwaga: μ musi spełniać równanie $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$.)

Zadanie 6. Znajdź rozwiązanie zagadnienia początkowego

$$x_1u_{x_1} + x_2u_{x_2} + x_3u_{x_3} = u, \qquad u(2, x_2, x_3) = \frac{1}{2}(x_2 + x_3).$$

Czy tak postawiony warunek początkowy spełnia założenia twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności? Jeśli tak, to dla jakich punktów $p \in S$?

Życzę powodzenia! Sławomir Michalik

Dodatkowy egzamin poprawkowy z równań różniczkowych
Zestaw II. 22 września 2008 roku

Imię i Nazwisko: .... Numer indeksu: ....

Uwaga: Z podanych 6 zadań należy wybrać i zrobić 5. Proszę zaznaczyć (np podkreślając) wybrane zadania.

Zadanie 1. Rozwiąż równanie stosując metodę rozwijania w szereg potęgowy wokół $t_0 = 0$

$$\ddot{x} - 2tx = 0.$$

Na jakim zbiorze takie rozwiązanie jest określone?

Zadanie 2. Znajdź rozwiązanie ogólne równania

$$t^2\ddot{x} - t(t+2)\dot{x} + (t+2)x = 0$$

wiedząc, że jedno z rozwiązań ma postać

$$x_1(t) = t.$$

Zadanie 3. Znajdź rozwiązanie zagadnienia początkowego

$$\ddot{x} = (\dot{x})^2 - 2x, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Zadanie 4. Znajdź rozwiązanie ogólne układu równań. Podaj macierz Wrońskiego i wronskian

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= 7x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -4x_1 + 3x_2 \end{cases}.$$

Zadanie 5. Znajdź rozwiązanie ogólne równania:

$$(x^3 - tx^2)\,dt + (tx^2 - 1)\,dx = 0.$$

Wskazówka: poszukaj czynnika całkującego postaci $\mu = \varphi(t)$ lub $\mu = \varphi(x)$.
(Uwaga: μ musi spełniać równanie $P\partial\mu/\partial x - Q\partial\mu/\partial t = \mu(\partial Q/\partial t - \partial P/\partial x)$.)

Zadanie 6. Znajdź rozwiązanie zagadnienia początkowego

$$x_1 u_{x_1} + x_2 u_{x_2} = 2u, \qquad u(1, x_2) = x_2$$

Czy tak postawiony warunek początkowy spełnia założenia twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności? Jeśli tak, to dla jakich punktów $p \in S$?

Życzę powodzenia! Sławomir Michalik