

Wprowadzenie do modelowania matematycznego — zadania przygotowujące do kolokwium (część I)

Zadanie 1. Znajdź ekstremale dopuszczalne następujących zagadnień Bolzy:

- a) $\int_0^3 4\dot{x}^2 x^2 dt + x^4(0) - 8x(3) \rightarrow$ ekstremum.
- b) $\int_0^1 e^x \dot{x}^2 dt + 4e^{x(0)} + 42e^{-x(1)} \rightarrow$ ekstremum.

Zadanie 2. Rozwiązać zagadnienie Bolzy:

- a) $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt - 2x(1) \sinh 1 \rightarrow$ ekstremum.

Zadanie 3. Znajdź rozwiązania następujących najprostszyc zadań rachunku wariacyjnego:

- a) $\int_1^e (x - t\dot{x}^2) dt \rightarrow$ ekstremum, $x(1) = 1, x(e) = 2$.
- b) $\int_1^e t\dot{x}^2 dt \rightarrow$ ekstremum, $x(1) = 0, x(e) = 1$.
- c) $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2 + 4x \sinh t) dt \rightarrow$ ekstremum, $x(0) = -1, x(1) = 0$.
- d) $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x\dot{x} + 12tx) dt \rightarrow$ ekstremum, $x(0) = 0, x(1) = 0$.
- e) $\int_0^1 (t^2 \dot{x}^2 + 12x^2) dt \rightarrow$ ekstremum, $x(0) = 0, x(1) = 1$.

Zadanie 4. Znajdź ekstremale dopuszczalne następujących zagadnień:

- a) $\int_0^1 \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 - 2x_1 x_2 dt \rightarrow$ ekstremum, $x_1(0) = x_2(0) = 0, x_1(1) = \sinh 1, x_2(1) = -\sinh 1$
- b) $\int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt \rightarrow$ ekstremum, $x_1(0) = x_2(0) = 1, x_1(1) = e, x_2(1) = \frac{1}{e}$.