

Zadania z matematyki
5 listopada 2010

1. Następujące wielomiany rozłożyć na czynniki nierozkładalne:

- a) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$
- b) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x((x^2 + 4x + 8) + 2x^2)$

2. Wykonać dzielenie z resztą wielomianu $P(x)$ przez wielomian $Q(x)$:

- a) $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6, Q(x) = x^2 - 3x + 1$
- b) $P(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8, Q(x) = x - 1$

3. Wykazać, że x_0 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$ dla:

- a) $W(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3, x_0 = 1$
- b) $W(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 2, x_0 = 2$

4. Wykazać, że x_0 jest podwójnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3, x_0 = 1$

5. Nie wykonując dzielenia, oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez wielomian V :

- a) $W(x) = x^3 + 5x^2 - 7x + 9, V(x) = x - 1$
- b) $W(x) = x^5 + 3x^3 - x^2 + 2x - 2, V(x) = x + 1$

6. Nie wykonując dzielenia, wykaż, że W jest podzielny przez V :

- a) $W(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10, V(x) = x^2 - 3x + 2$
- b) $W(x) = x^3 + 20x^2 - x - 20, V(x) = x^2 - 1$

7. Rozwiązać równania:

- a) $2x^3 + x^2 - 4x - 2 = 0$
- b) $3x^5 - 19x^4 + 9x^3 + 71x^2 - 84x + 20 = 0$

8. Rozwiązać nierówności:

- a) $(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0$
- b) $(x^2 - 9)(x^2 - 5x + 4) < 0$
- c) $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 \geq 0$
- d) $x^4 + 2x^3 - x - 2 < 0$
- e) $x^{13} - x^{12} - x^7 + x^6 < 0$

9. Rozwiąż równania:

- a) $\frac{4x-1}{x+1} - \frac{3}{x-1} = 5 - \frac{x^2+5}{x^2-1},$
- b) $\frac{4}{1-4x^2} = \frac{1-2x}{1+2x} + \frac{1+2x}{1-2x},$
- c) $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x-3}{2-x} = \frac{x^2}{x^2-4} - 1$

10. Rozwiąż nierówności:

- a) $\frac{3x-1}{x+2} \leq 1,$
- b) $\frac{10x+8}{x+2} > \frac{5x-17}{x-3},$
- c) $\frac{x^2+4x+6}{x+4} \geq 3,$
- d) $\frac{x^3-x^2+2x+7}{x+8} \leq 1,$
- e) $\frac{x+2}{x+3} \leq \frac{x-2}{x-3},$
- f) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-x+1} \leq \frac{1-2x}{x^3+1}.$