

## Analiza zespolona 2009/10

### Zakres na egzamin ustny

1. Liczby zespolone. Co to są: sprzężenie, moduł, argument, argument główny i postać trygonometryczna liczby zespolonej? Wzór Moivre'a wraz z dowodem.
2. Co to są szeregi potęgowe? Twierdzenie Cauchy-Hadamarda wraz z dowodem.
3. Definicja i podstawowe własności funkcji wykładniczej i trygonometrycznych. Wzory Eulera wraz z dowodem. Umiejętność wyliczania logarytmów i potęgowania dla liczb zespolonych.
4. Homografie — definicja i podstawowe własności. Przypadki szczególne homografii.
5. Definicja pochodnej zespolonej i funkcji holomorficznej. Twierdzenie Cauchy-Riemanna wraz z dowodem.
6. Całka krzywoliniowa funkcji zespolonej  $f(z)$  po drodze  $\gamma$  i jej własności.
7. Funkcja pierwotna i wyliczanie za jej pomocą całek krzywoliniowych (wraz z dowodem odpowiedniego stwierdzenia). Twierdzenie całkowe Cauchy'ego wraz ze szkicem dowodu.
8. Wzór całkowy Cauchy'ego I i II wraz z dowodami. Twierdzenie o rozwijalności funkcji holomorficznej w szereg potęgowy i o nierównościach Cauchy'ego wraz z dowodem.
9. Twierdzenie Morery wraz z dowodem. Twierdzenie Liouville'a wraz z dowodem i dowód zasadniczego twierdzenia algebry.
10. Szeregi Laurenta. Twierdzenie o rozwijalności funkcji holomorficznej w szeregi Laurenta wraz z dowodem.
11. Klasyfikacja punktów osobliwych odosobnionych dla funkcji analitycznych w pierścieniu wokół tego punktu. Zachowanie funkcji analitycznej w otoczeniu tego punktu.
12. Definicja residuum funkcji w punkcie. Twierdzenie o residuum wraz z dowodem.
13. Definicja funkcji meromorficznej. Wykazać, że jedynymi funkcjami meromorficznymi w  $\bar{\mathbb{C}}$  są funkcje wymierne. Residuum logarytmiczne funkcji  $f(z)$ . Jak za jego pomocą znaleźć krotność zera i rząd bieguna tej funkcji w danym punkcie? Twierdzenie o pochodnej logarytmicznej funkcji meromorficznej wraz z dowodem. Twierdzenie Rouchy'ego wraz z dowodem.
14. Twierdzenie o krotnościach wraz dowodem. Twierdzenie o zachowaniu obszaru wraz z dowodem. Definicja i przykłady odwzorowań konforemnych.
15. Definicja przedłużenia analitycznego bezpośredniego i pośredniego, funkcji analitycznej jednoznacznej i wieloznacznej, punktów przedłużalności, punktów i linii osobliwych.

*Sławomir Michalik*