

Sylabus z analizy zespolonej

1. **Nazwa przedmiotu:** Analiza zespolona.

2. **Rodzaj zajęć:** Wykład obowiązkowy dla III roku matematyki (30 godz. wykładu i 30 godz. ćwiczeń).

3. **Poziom przedmiotu:** Podstawowy.

4. **Cel wykładu:** Opanowanie podstaw teorii funkcji zmiennej zespolonej.

5. **Wymagania wstępne:** Znajomość analizy matematycznej I, II oraz III.

6. **Merytoryczna zawartość zajęć (z podziałem na wykłady):**

1. Liczby zespolone (sprzężenie, moduł, argument, argument główny, postać trygonometryczna, wzór Moivre'a, pierwiastki z liczby zespolonej, punkt w nieskończoności).

2. Zespolone ciągi i szeregi liczbowe. Granica i ciągłość funkcji zespolonych. Zespolone ciągi i szeregi funkcyjne. Szeregi potęgowe.

3. Podstawowe funkcje zespolone (wielomiany, funkcje wymierne, funkcja wykładnicza, funkcje trygonometryczne, funkcja logarytmiczna, funkcje potęgowe).

4. Homografie.

5. Funkcje holomorficzne (pochodna zespolona i wzory Cauchy-Riemanna z interpretacją geometryczną).

6. Funkcja zespolona zmiennej rzeczywistej. Całka zwyczajna i krzywoliniowa.

7. Funkcja pierwotna. Lokalna wersja twierdzenia całkowego Cauchy'ego.

8. Globalna wersja twierdzenia całkowego Cauchy'ego. Wzór całkowity Cauchy'ego. Rozwijanie funkcji holomorficznych w szeregi potęgowe. Nierówności Cauchy'ego.

9. Twierdzenie Morery. Punkty zerowe funkcji analitycznej i zasada izolowanych zer. Zasada analitycznego przedłużania. Funkcje całkowite, twierdzenie Liouville'a i dowód Zasadniczego Twierdzenia Algebry. Zasada maksimum. Twierdzenie Weierstrassa o ciągach i szeregach funkcyjnych.

10. Związek funkcji analitycznych z funkcjami harmonicznymi. Rozwinięcie funkcji holomorficznych na pierścieniu w szereg Laurenta.

11. Punkty osobliwe odosobnione (punkty pozornie osobliwe, bieguny i punkty istotnie osobliwe). Zachowanie się funkcji w pobliżu punktów osobliwych (twierdzenie Weierstrassa o punktach pozornie osobliwych i twierdzenie Casoratiego-Weierstrassa o zachowaniu się funkcji w pobliżu punktu istotnie osobliwego).

12. Residua funkcji. Twierdzenie o residuach i jego zastosowanie do obliczania całek niewłaściwych funkcji rzeczywistych.

13. Funkcje meromorficzne. Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste. Twierdzenie o pochodnej logarytmicznej funkcji meromorficznej. Twierdzenie Rouchy'ego.

14. Twierdzenie o krotnościach i o zachowaniu obszaru dla funkcji meromorficznych. Odwzorowania konforemne. Lemat Schwarz'a.

15. Przedłużenie analityczne. Przedłużenie analityczne wzdłuż krzywej. Twierdzenie o monodromii. Zasada symetrii Schwarz'a.

7. **Metody oceniania:** Sprawdzian na ćwiczeniach. Egzamin pisemny i ustny.

8. **Zalecane podręczniki i zbiory zadań:**

1. F. Leja, *Funkcje zespolone*.

2. R.B. Ash, W.P. Novinger, *Complex Variables*.

3. J. Krzyż, *Zbiór zadań z funkcji analitycznych*.

4. J. Długosz, *Funkcje zespolone. Teoria, przykłady, zadania*.

5. E. Kącki, L. Siewierski, *Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami*.