Kolokwium poprawkowe z analizy zespolonej. 19 stycznia 2010 r. Zestaw I

Zadanie 1. Rozwiąż równanie $(z^6-8)(z^2+2z+2)=0$.

Zadanie 2. Zbadaj zbieżność szeregu potęgowego $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{3n}}{(4-\sqrt{6}i)^n}$ i jego zachowanie na brzegu koła zbieżności.

Zadanie 3. Oblicz znajdując część rzeczywistą i urojoną danej liczby $(1+\sqrt{3}i)^{3+i}$.

Zadanie 4. Korzystając z równań Cauchy-Riemanna zbadaj w jakich punktach funkcja $f(z)=\frac{1}{z-i}$ jest holomorficzna. Oblicz pochodne tam, gdzie istnieją.

Zadanie 5. Korzystając ze wzoru całkowego Cauchy'ego oblicz całkę $\int_C \frac{\sin(\frac{\pi}{2}z)}{z^2-1}\,dz$, gdzie C jest dodatnio zorientowanym okręgiem $|z-1|=1$.

Kolokwium poprawkowe z analizy zespolonej. 19 stycznia 2010 r. Zestaw II

Zadanie 1. Rozwiąż równanie $(z^3-i)(z^2-2z+5)=0$.

Zadanie 2. Zbadaj zbieżność szeregu potęgowego $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(3z)^{2n}}{(3-\sqrt{3}i)^n}$ i jego zachowanie na brzegu koła zbieżności.

Zadanie 3. Oblicz znajdując część rzeczywistą i urojoną danej liczby $(1-\sqrt{3}i)^{1-i}$.

Zadanie 4. Korzystając z równań Cauchy-Riemanna zbadaj w jakich punktach funkcja $f(z)=\sin z$ jest holomorficzna. Oblicz pochodne tam, gdzie istnieją.

Zadanie 5. Korzystając ze wzoru całkowego Cauchy'ego oblicz całkę $\int_C \frac{e^z}{z^2+1}\,dz$, gdzie C jest dodatnio zorientowanym okręgiem $|z-i|=1$.