

Egzamin poprawkowy z analizy zespolonej
4 marca 2010 roku. Zestaw I.

Imię i Nazwisko: Nr indeksu:

Zadanie 1.

Oblicz, znajdując część rzeczywistą i urojoną liczby

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 2i\right) + (i - 1)^{1-i}.$$

Zadanie 2.

Znajdź funkcję holomorficzną $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ wiedząc, że:

$$u(x, y) = e^x \cos y + 2x + 4, \quad f(0) = 5.$$

Zadanie 3.

Oblicz całkę po zadanej krzywej:

$$\int_C e^{\bar{z}} dz, \quad C \text{ — łamana o wierzchołkach } z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = 1 + i.$$

Zadanie 4.

Znajdź rozwinięcie funkcji w szereg Laurenta w danym pierścieniu:

$$f(z) = \frac{1}{z} + \frac{1}{z-3} - \frac{1}{z-1} \quad \text{dla } 1 < |z| < 3.$$

Zadanie 5.

Korzystając z twierdzenia o residuach obliczyć całkę

$$\int_C \frac{e^z}{(z^2 + 1)^2} dz,$$

gdzie C jest zorientowanym dodatnio konturem $|z - i| = 1$.

Egzamin poprawkowy z analizy zespolonej
4 marca 2010 roku. Zestaw II.

Imię i Nazwisko: Nr indeksu:

Zadanie 1.

Oblicz, znajdując część rzeczywistą i urojoną liczby

$$\operatorname{ctg}(\pi + 3i) + (1 - i)^{i-1}.$$

Zadanie 2.

Znajdź funkcję holomorficzną $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ wiedząc, że:

$$u(x, y) = e^{-y} \cos x - 2x, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi + 2i.$$

Zadanie 3.

Oblicz całkę po zadanej krzywej:

$$\int_C e^{\bar{z}} dz, \quad C \text{ — łamana o wierzchołkach } z_1 = 0, z_2 = i, z_3 = 1 + i.$$

Zadanie 4.

Znajdź rozwinięcie funkcji w szereg Laurenta w danym pierścieniu:

$$f(z) = \frac{1}{z} + \frac{1}{z-3} - \frac{1}{z-1} \quad \text{dla } 3 < |z| < +\infty.$$

Zadanie 5.

Korzystając z twierdzenia o residuach obliczyć całkę

$$\int_C \frac{z dz}{\frac{1}{2} - \sin^2 z},$$

gdzie C jest zorientowanym dodatnio konturem $|z| = 2$.