

Analiza matematyczna dla IV roku matematyki
15 V 2009 r. Ćwiczenia III: Równanie Laplace'a (dokończenie)

Zadanie 15. Korzystając z rozwinięcia funkcji harmonicznej na kole $B(0, R)$ w szereg Fouriera rozwiąż następujące zagadnienie Dirichleta:

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = 0 & \text{na } B(0, R) \\ u(x, y) = 2(x^2 + y) & \text{na } \partial B(0, R). \end{cases}$$

Zadanie 16. Korzystając z rozwinięcia funkcji harmonicznej na pierścieniu $r < \sqrt{x^2 + y^2} < R$ w szereg Fouriera rozwiąż następujące zagadnienie Dirichleta:

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = 0 & \text{w } 1 < \sqrt{x^2 + y^2} < 2 \\ u(x, y) = y & \text{na } \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \\ u(x, y) = 1 & \text{na } \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \end{cases}$$

Zadanie 17. Rozwiąż poprzednie zadanie korzystając z metody rozdzielania zmiennych.