

Analiza II
Poprawa kolokwium nr 2. Zestaw I.

Imię i Nazwisko:

Numer grupy:

1. Znajdź całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{5 \sin x \, dx}{3 - 2 \cos x}.$$

2. Znajdź całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{25 + x^2}}.$$

3. Znajdź pole figury ograniczonych krzywymi o równaniach: $y = x^2$, $x + y = 2$.

4. Zbadaj zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^5 \frac{x}{\sqrt[3]{x^5 - x^7}} \, dx.$$

5. Korzystając z kryterium całkowego zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

Wzory, które mogą się przydać:

I. Funkcje hiperboliczne:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad (\sinh x)' = \cosh x, \quad (\cosh x)' = \sinh x,$$
$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad \sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x, \quad \cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x.$$

II. Wyrażenie funkcji area za pomocą logarytmów naturalnych:

$$\operatorname{ar} \sinh x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar} \cosh x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

III. Podstawienia Eulera:

1. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t - \sqrt{a}x$ dla $a > 0$.

2. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = xt + \sqrt{c}$ dla $c > 0$.

3. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x - \lambda)$, gdzie λ jest pierwiastkiem równania $ax^2 + bx + c = 0$.

Analiza II
Poprawa kolokwium nr 2. Zestaw II.

Imię i Nazwisko:

Numer grupy:

1. Znajdź całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{\cos 2x \, dx}{\cos x - \sin x}.$$

2. Znajdź całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

3. Znajdź pole figury ograniczonej krzywymi o równaniach: $y = 2^x$, $y = 2$, $x = 0$.

4. Zbadaj zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{18} \frac{x^{4/3}}{\sqrt{x^3 - x^6}} \, dx.$$

4. Korzystając z kryterium całkowego zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}.$$

Wzory, które mogą się przydać:

I. Funkcje hiperboliczne:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad (\sinh x)' = \cosh x, \quad (\cosh x)' = \sinh x,$$
$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad \sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x, \quad \cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x.$$

II. Wyrażenie funkcji area za pomocą logarytmów naturalnych:

$$\operatorname{ar} \sinh x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar} \cosh x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

III. Podstawienia Eulera:

1. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t - \sqrt{a}x$ dla $a > 0$.

2. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = xt + \sqrt{c}$ dla $c > 0$.

3. podstawienie Eulera: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x - \lambda)$, gdzie λ jest pierwiastkiem równania $ax^2 + bx + c = 0$.