

**Monotoniczność i ekstrema funkcji.
Badanie przebiegu zmienności funkcji**

Zadanie 1. Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji $f(x) =$

a) $x^3 + 12x^2 + 36x - 50$, b) $x^3 + x + 1$, c) $x(3-x)^2$, d) $x + \frac{4}{x}$, e) $\frac{2x}{x^2 + 1}$,

f) $x^2 + \frac{1}{x^2}$, g) $x\sqrt{4-x^2}$, h) $\frac{x^3}{(x-1)^2}$, i) $\sin^4 x + \cos^4 x$,

j) $\sqrt{1 - \cos x}$, k) $\sqrt{\sin x^2}$, l) $e^x(x^2 + 1)$, m) $\frac{e^x}{1-x}$, n) $\sin x + \frac{\sin 2x}{2}$.

Zadanie 2. Zbadaj przebieg zmienności poniższych funkcji:

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2$ b) $f(x) = x^3(x-1)(x-2)^2$ c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ e) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ f) $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x^2 - 10x + 3}$

g) $f(x) = x - \frac{4}{x^2}$ h) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$ i) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

j) $f(x) = \sin^2 x + \cos x$ k) $f(x) = x + \cos x$ l) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

m) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ n) $f(x) = e^{-x^2}$ o) $f(x) = x2^{\frac{1}{x}}$

1. dziedzina funkcji
2. zbiór wartości funkcji
3. granice na końcach przedziałów określoności
 - a asymptoty pionowe
 - b asymptoty ukośne lub poziome
4. miejsca zerowe
5. pierwsza pochodna $f'(x)$
6. monotoniczność (przedziały monotoniczności)
7. ekstrema lokalne
8. druga pochodna $f''(x)$
9. punkty przegięcia funkcji
10. wypukłość funkcji
11. tabelka
12. wykres