

## Zastosowania całek oznaczonych

**Zadanie 1.** Znaleźć:

1.  $\frac{d}{dx} \int_a^b \sin t^2 dt,$

2.  $\frac{d}{da} \int_a^b \sin t^2 dt,$

3.  $\frac{d}{db} \int_a^b \sin t^2 dt.$

**Zadanie 2.** Obliczyć pochodną funkcji:

$$a) f(x) = \int_0^{e^{\frac{x^2}{2}}} \cos t dt \quad b) f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} e^t dt$$

**Zadanie 3.** Udowodnić, że dla dowolnej paraboli  $y = ax^2$  i dowolnego  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  pole obszaru ograniczonej krzywymi:  $y = ax^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = x_0$  jest dwa razy mniejsze niż pole obszaru ograniczonej krzywymi:  $y = ax^2$ ,  $y = ax_0^2$ ,  $x = 0$ .

**Zadanie 4.** Oblicz pole obszaru  $D$  ograniczonego:

1. wykresami funkcji  $y = x^2$ ,  $y = 2x + 3$ ,
2. wykresami funkcji  $y = \sin x$ ,  $y = \cos 2x$  oraz osią  $Oy$ ,
3. wykresami funkcji  $x = x^2$ ,  $y = 2x^2$  oraz prostą  $y = 8$  ( $x \geq 0$ ),
4. krzywymi  $y = e^{-x}$ ,  $y = e^{3x}$ ,  $y = \sqrt{e}$ ,

**Zadanie 5.** Oblicz pole elipsy:  $\{(x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$ .

**Zadanie 6.** Oblicz pole obszaru ograniczonego prostą  $y = 0$  i łukiem cykloidy określonej równaniami parametrycznymi:

$$x(t) = a(t - \sin t), \quad y(t) = a(1 - \cos t).$$