

**Analiza II**  
**Kolokwium nr 1. Zestaw I.**

1. Znajdź parametry  $a, b$ , dla których  $g(x)$  ma pochodną na  $\mathbb{R}$ :

$$g(x) = \begin{cases} a \sin x & \text{dla } x < \frac{\pi}{2} \\ \cos 2x + b & \text{dla } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

2. Wykaż tożsamość  $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$  dla każdego  $x \in (-1, 1)$ .  
3. Znaleźć kresy funkcji (sup i inf) dla  $h(x) = e^{-x^2} \cos x^2$  na  $\mathbb{R}$ .  
4. Zbadaj przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{1+x^2}$ .  
5. Stosując regułę de L'Hospitala obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$ .

**Analiza II**  
**Kolokwium nr 1. Zestaw II.**

1. Znajdź parametry  $a, b$ , dla których  $g(x)$  ma pochodną na  $\mathbb{R}$ :

$$g(x) = \begin{cases} e^x + b & \text{dla } x \leq 0 \\ 2 - ax & \text{dla } x > 0 \end{cases}.$$

2. Wykaż tożsamość  $\arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$  dla każdego  $x \in [0, +\infty)$ .  
3. Znaleźć kresy funkcji (sup i inf) dla  $h(x) = |x^2 - 3x + 2|$  na  $[-10, 10]$ .  
4. Zbadaj przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ .  
5. Stosując regułę de L'Hospitala obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}$ .

**Analiza II**  
**Kolokwium nr 1. Zestaw III.**

1. Znajdź parametry  $a, b$ , dla których  $g(x)$  ma pochodną na  $\mathbb{R}$ :

$$g(x) = \begin{cases} e^x & \text{dla } x \leq 0 \\ ax + b & \text{dla } x > 0 \end{cases}.$$

2. Wykaż tożsamość  $\arctg x = \frac{1}{2} \arctg \frac{2x}{1-x^2}$  dla każdego  $x \in (-1, 1)$ .  
3. Znaleźć kresy funkcji (sup i inf) dla  $h(x) = x + \frac{1}{x}$  na  $[\frac{1}{100}, 100]$ .  
4. Zbadaj przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+1}$ .  
5. Stosując regułę de L'Hospitala obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{\sin x - x}$ .