La vita e l'opera di Józef Maria Hoene-Wroński*

Piotr Pragacz

Sommario

Questa nota intende illustrare brevemente la vita e l'opera di Hoene-Wroński (1776–1853), una delle figure più originali della storia della Scienza. Essa si ispira a due discorsi pronunciati dall'autore durante la sessione Impanga[1] "In onore di Józef Maria Hoene-Wroński"[2]

Per arrivare alla fonte occorre nuotare contro corrente.

Stanisław J. Lec "Pensieri Spettinati"

1 Una breve riflessione iniziale. Józef Hoene-Wroński, matematico e scienziato, fu studioso instancabile e tenace, grande lavoratore e originalissimo pensatore, che consacrò l'intera vita alla ricerca incessante della verità nella Scienza. Questa nota intende delinearne un profilo della vita e dell'opera. Per familiarizzarmi con le vicende umane e scientifiche di questo mio grande connazionale, ho letto molti scritti, suoi e/o che lo riguardavano. Man mano che il suo ritratto andava facendosi via via più nitido, mi fu chiaro una volta di più che:

Le debolezze dei grandi uomini sono trascurabili di fronte alla ricca eredità dei loro insegnamenti.

2 Una breve cronologia:

1776	nasce il 23 agosto a Wolsztyn;
1794	si arruola nell'esercito polacco;
1795–1797	presta servizio militare nell'esercito russo;
1795–1800	compie gli studi in Germania;
1800	arriva in Francia e aderisce alla legione polacca a Marsiglia;
1803	pubblica il suo primo studio;
1810	sposa V. H. Sarrazin de Montferrier;
1853	muore il 9 agosto a Neuilly.

*Traduzione italiana di Magda Jarosz, Letterio Gatto e Francesca Mori. Tale articolo è apparso in lingua polacca sulla rivista "Wiadomości Matematyczne" (Ann. Soc. Math. Pol.) vol. 43 (2007). Si ringraziano gli editori per il permesso alla riproduzione. Sono state aggiunte molte note alla versione italiana.

[1]Impanga è l'acronimo del gruppo nazionale di ricerca in geometria algebrica ed algebra dal 2000, presso l'Istituto di Matematica della PAN (Accademia Polacca delle Scienze).

[2]Durante la menzionata sessione, tenutasi a Varsavia presso l'Istituto di Matematica della PAN, il 12 e 13 gennaio 2007, sono stati pronunciati i seguenti interventi: R. Murawski: *La filosofia di Hoene-Wroński*, T. Maszczyk: *La Legge Superiore di H–W*; W. Karkucińska: *L'eredità di H - W nella Biblioteca di Kórnik*; W. Więsław: *Matematica nei tempi di H - W*; P. Domański: *Lo studio di Banach su La Legge Superiore di H - W*; W. Wójcik: *La riforma matematica di H - W*; P. Pragacz: *La vita di H - W e Il contributo di H-W all'algebra.*

3 Quest'esposizione è stata inevitabilmente influenzata dal capitolo XII di [6] che, tra i vari saggi che mi è capitato di leggere sulla vita e l'opera di Hoene Wroński, mi ha maggiormente colpito per equilibrio e serietà metodologica. Wroński visse una vita turbinosa, anche intellettualmente: uomo di cultura dai poliedrici interessi, oltreché matematico, fu anche filosofo e inventore.

Józef Maria Hoene–Wroński
(dagherrotipo dalla Biblioteca di Kórnik)

Siccome il presente scritto ambisce principalmente al commento dei suoi contributi matematici, in particolare all'algebra e all'analisi, le sue invenzioni tecniche saranno solo rapidamente menzionate, senza scendere in troppi dettagli. Ulteriori informazioni biografiche possono essere reperite in [9] mentre per quanto attiene all'approfondimento del suo pensiero filosofico si rimanda il lettore interessato a [36, 46, 10].

4 La Giovinezza in Polonia. Józef Hoene nacque il 23 agosto[3] 1776 a Wolsztyn, in Polonia. Suo padre, Antoni, era un famoso architetto, emigrante ceco (nel 1779 *Stanisław August Poniatowski*, l'ultimo re della confederazione polacco-lituana, gli conferì il titolo di Architetto Reale). Un anno dopo, la sua famiglia si trasferì a Poznań, dove il padre del futuro filosofo divenne un importante costruttore. Negli anni 1786–1790 Józef frequentò le lezioni della scuola di Poznań. Sotto l'influsso degli eventi politici del tempo, decise di arruolarsi nell'esercito, incontrando la forte opposizione del padre che non seppe venir a capo della sua testardaggine, certamente uno dei tratti dominanti del Nostro. Fu così che nel 1792, Józef Hoene fuggì

[3]Altre fonti indicano però la data del 20 o del 24 agosto.

di casa e, per far perdere le proprie tracce, non esitò a fornire false generalità ogni volta che lo ritenne necessario. Cominciò a farsi chiamare Józef Wroński e come tale fu iscritto al corpo di Artiglieria, al quale decise di farsi arruolare. Durante l'insurrezione nel 1794 si distinse per il suo coraggio e ottenne una promozione. Successivamente fu comandante di batteria e difese Varsavia contro l'esercito prussiano: per il coraggio dimostrato durante tale battaglia fu insignito dal famoso generale polacco *Tadeusz Kościuszko*[4].

Partecipò inoltre alla battaglia di Maciejowice, nel corso della quale fu catturato e imprigionato. Durante la prigionia maturò la decisione di arruolarsi nell'esercito russo, per motivi che sono tutt'ora un mistero[5]. E' probabile che coltivasse la speranza di poter ottenere una qualche forma d'istruzione in Russia. Il più grande desiderio di Wroński era, infatti, quello di approfondire la sua conoscenza delle leggi della Scienza: esse, pensava, sono universali, uguali in Russia come in Polonia e studiare in Russia non avrebbe fatto grande differenza. Promosso a capitano, divenne consigliere di stato maggiore di *Aleksandr Vasil'evič Suworow*, l'ultimo dei generalissimi dell'epoca zarista. Complessivamente, Wroński prestò servizio nell'esercito russo durante il periodo 1795–1797, guadagnandosi i gradi di tenente colonnello.

5 Partenza dalla Polonia. I piani di Wroński mutarono a causa dell'improvvisa morte del padre, da cui ereditò una cospicua sostanza che gli permise di dedicarsi agli studi, sogno accarezzato da tanto tempo. Lasciò l'esercito russo, e partì verso Ovest. Profondamente attratto dalla filosofia kantiana, si recò a Köningsberg (oggi Kaliningrad). Kant però, come scoprì subito dopo, non teneva più lezioni. Wroński partì allora alla volta di Halle e Göttingen. Nel 1800 visitò l'Inghilterra e da lì, successivamente, si recò in Francia. Non resistendo al fascino delle legioni di *Dąbrowski*[6], risolse di arruolarsi nel reparti polacchi. I gradi che si era guadagnato nell'esercito zarista non furono riconosciuti, ma fu ammesso al servizio e

[4] Tadeusz Kościuszko (1746-1817) è stato un generale e ingegnere polacco, che combatté per l'indipendenza della Polonia e degli Stati Uniti; guidò l'insurrezione del 1794.

[5] Anche chi scrive, consultando il vario materiale che lo riguardava, non è stato in grado di formulare alcuna spiegazione soddisfacente.

[6] Jan Henryk Dąbrowski (1755–1818), generale polacco che combatté inizialmente per la Francia sotto Napoleone Bonaparte. Si arruolò nell'esercito polacco e combatté contro i Prussiani agli ordini di Tadeusz Kościuszko subito dopo la promulgazone, nel 1791, della costituzione polacca. Il suo nome è legato all'inno nazionale della Polonia, *La Mazurka di Dąbrowski*, che nomina l'Italia quando, nel suo ritornello, recita:

Marcia, Marcia Dąbrowski
Dall'Italia alla Polonia
Al tuo comando
Uniamo finalmente la nazione.

La canzone è una mazurka vivace con liriche composte da *Józef Wybicki*, a Reggio Emilia, nel 1797. Due anni dopo, la terza suddivisione della Polonia cancellò l'allora vasto Paese dalla mappa. La marcia fu originariamente concepita per sollevare il morale dei soldati che prestavano servizio al comando del Generale Dąbrowski nelle legioni polacche. Quando la Polonia si riaffacciò come stato indipendente nel 1918, la "Mazurka di Dąbrowski" venne immediatamente elevata ad inno nazionale.

fu inviato a Marsiglia. Qui sarebbe poi divenuto socio dell' *Accademia delle Scienze*, nonché dell'*Associazione Medica di Marsiglia*.

Durante il ballo organizzato in occasione del compleanno di Napoleone, Il 15 agosto 1803 [7], Wroński ebbe, a suo dire, una visione, evento col quale fece coincidere un'importante svolta della sua vita: come scrisse più avanti, fu repentinamente colto dall'ansia di volere, e dalla certezza di potere, scoprire *l'Essenza dell'Assoluto*. Ritenne di aver compreso il mistero dell'inizio dell'universo e delle leggi che lo governano, decidendo, a partire da quel momento, di adoperarsi alla riforma del pensiero umano e del sistema filosofico. Per commemorare tale felice apparizione, decise di assumere anche il nome di *Maria*. E' così infatti che egli è noto nella storia della Scienza, come Józef Maria Hoene-Wroński. Il suo itinerario filosofico fu guidato dalla convinzione che la matematica pura andasse riformata per orientarla alla scoperta di leggi e metodi universali. Alla matematica applicata, invece, affidava il compito di risolvere i seguenti tre problemi generali:

a) scoprire la relazione fra materia e energia[8];

b) scoprire l'origine dei corpi celesti dalla materia;

c) scoprire l'origine dell'universo dai corpi celesti.

Tutto lo scibile, per Wroński, doveva essere fondato sulla filosofia, intesa come ricerca del principio generale dal quale discende tutta la conoscenza. Epperò, mentre così speculava, i suoi mezzi di sostentamento si andavano via via assottigliando e per tale ragione iniziò a impartire lezioni private di matematica. Ebbe tra i suoi studenti Victoria Henriette Sarrazin de Montferrier, che sarebbe divenuta sua moglie nel 1810. Nel settembre dello stesso anno, Wroński partì per Parigi.

6 Parigi: soluzione di equazioni, algoritmi, frazioni continue e gli scontri con l'Accademia. Nel 1811 Wroński pubblicò "Filosofia della matematica" [14], [24] dove evidenziò due aspetti che caratterizzano, a suo vedere, le ricerche matematiche:

i) le teorie, che hanno come obiettivo lo studio dell'essenza dei termini matematici;

ii) le tecniche algoritmiche, che comprendono tutti i metodi di "determinazione delle incognite matematiche".

Il secondo aspetto colloca Wroński tra i precursori del modo di pensare algoritmico in matematica. Elaborò, infatti, numerosi e originalissimi algoritmi, con lo specifico scopo di risolvere importanti problemi matematici. Un'ombra, però, parve volerne offuscare la reputazione scientifica. Nella memoria [15] del 1812 (si veda anche [20]), il Nostro pubblicava infatti *Un metodo algebrico per risolvere equazioni di ogni grado*. Molti dei matematici suoi contemporanei sapevano bene che ciò non era possibile. Ruffini, nel 1799, aveva infatti provato l'impossibilità di trovare una formula generale per le soluzioni delle equazioni di grado superiore a quattro[9].

[7] Alcune fonti indicano però la data del 15 agosto 1804.

[8] Si noti la profondità della domanda!

[9] La prova di Ruffini - che oggi si sa essere effettivamente corretta – fu comunque controversa e venne accettata dalla comunità matematica solo nel 1824, quando Abel la pubblicò.

Forse che la memoria di Wroński sulle equazioni intendeva essere una formale contestazione del teorema di Ruffini–Abel? Non era dunque egli a parte della letteratura matematica della sua epoca, pur avendola studiata lungo tutto il primo decennio del XIX secolo? Per rispondere a tali domande è sufficiente leggere i suoi scritti con un minimo di attenzione. Come ci si può facilmente rendere conto, egli si stava riferendo non già alle soluzioni *esatte* dell'equazione quanto alle sue *soluzioni approssimate*: era naturale e lecito per lui confondere le une con le altre, potendosi l'approssimazione rendere accurata a piacere[10]. Tale concezione già rivela le peculiarità del suo modo di vedere, secondo cui l'algebra doveva essere un *mélange* di argomenti analitici e trascendenti. Tale filosofia ispirerà parimenti la soluzione di una certa questione di fattorizzazione, contenuta nel suo articolo e descritta in seguito, che non era del tutto originale essendone la strategia già stata elaborata da Newton [11].

Per valutare con precisione la sottigliezza di tali questioni occorrerebbe che un autore, con molteplici competenze, accettasse di assumersi l'onere di curare una riedizione dell'articolo di Wroński, corredata da commenti appropriati e aggiornati. Colui che, a mio parere, riassume in sé tutte tali competenze, nessuna esclusa, è Alain Lascoux, il quale ha studiato parecchie opere di Wroński ed è quindi, e senz'altro, la persona giusta. E' lui che ha di fatto descritto, per la prima volta, il modo con cui Wroński si è confrontato con le tre questioni algebriche relative ai polinomi di una variabile e il rispettivo algoritmo di Euclide. Eccone una sintesi.

1. Consideriamo due polinomi monici $F(x)$ e $G(x)$. Supponendo che $\deg(F) \geq \deg(G)$, si effettui la divisione multipla di $F(x)$ e $G(x)$:

$$F = *G + c_1 R_1 \quad G = *R_1 + c_2 R_2 \quad R_1 = *R_2 + c_3 R_3, \ldots$$

   I coefficienti "$*$" sono polinomi in x unicamente determinati dalla condizione:

$$\deg G(x) > \deg R_1(x) > \deg R_2(x) > \deg R_3(x) > ...$$

   Invece dell'algoritmo di Euclide "ordinario" dove $c_1 = c_2 = c_3 = \ldots = 1$, e dove $R_i(x)$ sono le funzioni razionali di variabile x e radici di $F(x)$ e $G(x)$, si possono scegliere i c_i in modo tale che i resti successivi $R_i(x)$ siano polinomi di una variabile x e di tali radici. Questi resti vengono detti resti di polinomi normati. Wroński ideò un astuto algoritmo per trovare i resti $R_i(x)$ (si veda [28], [29], [30]). Formule differenti per tali resti furono trovate da J. J. Sylvester in [42], la cui validità, tuttavia, è stata provata solo recentemente (si veda [31]).

2. Usando l'algoritmo del punto 1 e considerandone il limite, Wroński [15] (si veda anche [20]) risolse il seguente problema di fattorizzazione: supponiamo che sia dato un polinomio monico $W(x) \in \mathbb{C}[x]$, il quale non abbia radici di modulo 1. Siano:

$$A := \{a \in \mathbb{C} \,|\, W(a) = 0, |a| > 1\}, \quad B := \{b \in \mathbb{C} \,|\, W(b) = 0, |b| < 1\},$$

[10] La stessa opinione espressa dagli gli autori di [6], ma senza dettagli.
[11] I metodi di Newton–Raphson e di Laguerre sono noti.

estrarre un fattore $\prod_{b \in B}(x-b)$ da $W(x)$.
Seguendo Lascoux [29], illustreremo la soluzione di Wroński in termini delle *funzioni simmetriche di Schur* (definite e denotate come in [29], [30]). I coefficienti del polinomio $W(x)$, del quale si desidera estrarre il fattore corrispondente alle radici con modulo inferiore a 1, sono funzioni simmetriche elementari dell'unione $A \cup B$. Allora per esprimere funzioni elementari simmetriche di variabili B occorre usare le funzioni di Schur di $A \cup B$ denotate $S_j(A+B)$. Sia m la cardinalità dell'insieme A. Per $I \in \mathbb{N}^m$; $k, p \in \mathbb{N}$ si definisca

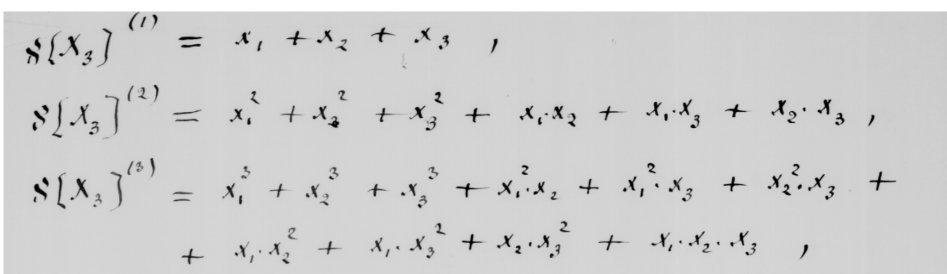
$$I(k) := (i_1 + k, \ldots, i_m + k), \quad 1^p I(k) := (\underbrace{1, \ldots, 1}_{p \text{ volte}}, i_1 + k, \ldots, i_m + k) \,.$$

Sia n la cardinalità dell'insieme B. Il teorema di Wroński (nella versione di Lascoux [29]) afferma che

$$\prod_{b \in B}(x-b) = \lim_{k \to \infty} \left(\sum_{0 \leq p \leq n} (-1)^p x^{n-p} \frac{S_{1^p I(k)}(A+B)}{S_{I(k)}(A+B)} \right)$$

(dove I è qualsiasi punto di $\mathbb{N}^m$). Questa soluzione, come si può notare, si avvale del passaggio al limite, ossia le argomentazioni algebriche si mescolano con argomenti trascendenti. La dimostrazione di tale formula può trovarsi in [29]. E' ora chiaro che, quindi, la soluzione proposta da Wroński per equazioni di ogni grado, non si limitava ad usare soltanto radicali.

3. Assumendo che $\deg(F) = \deg(G) + 1$, Wroński trovò interessanti le formule per i resti $R_i(x)$ in termini di frazioni continue (si veda [30], dove le formule di Wroński sono espresse in termini di funzioni di Schur). Nelle sue ricerche Wroński usò anche le funzioni simmetriche nelle variabili $x_1, x_2, \ldots$, di un tipo particolare, da lui denominate funzioni *aleph*.



$$\aleph[X_3]^{(1)} = x_1 + x_2 + x_3 \,,$$
$$\aleph[X_3]^{(2)} = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 \,,$$
$$\aleph[X_3]^{(3)} = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_1^2 \cdot x_2 + x_1^2 \cdot x_3 + x_2^2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2^2 + x_1 \cdot x_3^2 + x_2 \cdot x_3^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \,,$$

Funzioni aleph di grado 1, 2 e 3 di tre variabili dal manoscritto di Wroński

In generale per $n \in \mathbb{N}$ e preso $X_n := \{x_1, \ldots, x_n\}$, si definiscono le funzioni $\aleph[X_n]^i$ attraverso l'uguaglianza:

$$\sum_{i \geq 0} \aleph[X_n]^i = \prod_{j=1}^{n} (1 - x_j)^{-1},$$

ossia $\aleph[X_n]^i$ è la somma di tutti i monomi di grado i. Wroński considerò tali funzioni "più importanti" delle "popolari" *funzioni simmetriche elementari*. L'intuizione di Wroński venne confermata in seguito nella teoria degli operatori di simmetrizzazione [30], nella teoria delle basi di Gröbner (fondamentale nell'algebra dei computer [38]) e nella contemporanea teoria dell'intersezione della geometria algebrica [11], che preferisce le *classi di Segre*, corrispondenti alle funzioni *aleph*, alle *classi di Chern*, corrispondenti ai polinomi simmetrici elementari. Citando uno dei principali creatori della teoria dell'intersezione – William Fulton [11], pagina 47:

> *Le classi di Segre di coni normali posseggono significative proprietà non godute dalle classi di Chern.*

Tutto ciò depone ulteriormente a favore della profondità delle intuizioni matematiche di Wroński. Si ricorderà, poi, che ai tempi di Wroński andavano di moda le *frazioni continue*[12]: le generazioni precedenti di matematici (Bombelli, Cataldi, Wallis, Huygens, Eulero, Lambert, Lagrange,...) furono particolarmente attratte dalla ricerca di espressioni di numeri irrazionali sotto forma di frazioni continue, ottenendo risultati spettacolari:

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\ddots}}}}; \qquad e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{\ddots}}}}; \qquad \pi = 3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{3^2}{6 + \cfrac{5^2}{6 + \cfrac{7^2}{\ddots}}}}.$$

Ai tempi di Wroński, invece, le frazioni continue venivano impiegate per dare espressioni delle funzioni di una variabile: è del 1811, nella *Filosofia della matematica* [14], la pubblicazione da parte di Wroński del suo metodo per interpolare una funzione $f(x)$, di una variabile, per mezzo di frazioni continue. Per la precisione, se $g(x)$ è una funzione ausiliaria nulla in 0 e in ξ, dove ξ è un parametro ausiliario, Wroński espresse l'espansione di $f(x)$ come frazione continua:

$$f(x) = c_0 + \cfrac{g(x)}{c_1 + \cfrac{g(x-\epsilon)}{c_2 + \cfrac{g(x-2\epsilon)}{c_3 + \cfrac{g(x-3\epsilon)}{\ddots}}}}$$

essendo i parametri incogniti $c_0, c_1, c_2, \ldots$ funzioni di $f(0), f(\xi), f(2\xi) \ldots$. Tale procedura richiama senz'altro le frazioni continue di Thiele [43]. Qualche anno dopo Wroński costruì

[12] La storia delle frazioni continue è descritta in [4]. Il XIX secolo può essere considerato il "secolo d'oro" delle frazioni continue. In quell'epoca, le frazioni continue erano note ad ogni matematico. Se ne occuparono per esempio Jacobi, Perron, Hermite, Gauss, Cauchy, Stieltjes, ... Vari matematici studiarono frazioni di funzioni ed anche di numeri (la stessa annotazione riguarda il secolo scorso, specialmente per quello che riguarda l'attività di Eulero e Lambert). Wroński fu tuttavia il vero precursore delle frazioni continue di funzioni nella teoria dell'interpolazione - fatto che, sorprendentemente, è stato solo recentemente notato da Lascoux [30].

frazioni continue ancora più generali: invece di una sola funzione ausiliaria $g(x)$, considerò un sistema di funzioni $g_0(x), g_1(x), \ldots$, nulle in diversi punti:

$$0 = g_0(\alpha_0) = g_1(\alpha_1) = g_2(\alpha_2) = \ldots.$$

Scrisse formule esplicite coinvolgendo le $f(\alpha_i)$, $i = 0, 1, \ldots$ per ottenere i coefficienti c_j, $j = 0, 1, \ldots$ nell'espansione

$$f(x) = c_0 + \cfrac{g(x)}{c_1 + \cfrac{g_1(x)}{c_2 + \cfrac{g_2(x)}{c_3 + \cfrac{g_3(x)}{\ddots}}}}$$

Tali espansioni di Wroński hanno a che vedere con le frazioni continue di Stieltjes [41] e sono essenziali nella teoria dell'interpolazione. Lascoux, nel suo libro, le ha chiamate *frazioni continue di Wroński*, portando così, dopo il caso del *Wrońskiano*, il nome del matematico polacco nella letteratura matematica. Maggiori dettagli e riferimenti agli studi di Wroński, sono reperibili in [30]. E' del 1812, invece, la pubblicazione della *Critica alla teoria delle funzioni analitiche di Lagrange* [16], con la quale Wroński espose un punto di vista che fu condiviso da numerosi matematici, incluso Poisson. La critica riguardava sia l'interpretazione di espressioni del tipo "valori infinitamente piccoli" sia l'incompletezza della derivazione della formula di Taylor. E' qui, proprio in tale memoria, che le "somme combinatorie" di prodotti di funzioni e loro derivate, oggi ben note come Wrońskiani, fecero la loro prima comparsa.

7 Erano anni difficili, quelli in cui Wroński era alla ricerca di un solido appoggio materiale per realizzare i suoi progetti. Sperò financo di poter essere aiutato niente meno che dall'Accademia di Francia, l'istituzione scientifica più importante. Con tale istituzione tentò di stabilire un contatto inviando il suo articolo intitolato *Principi fondamentali dei metodi algoritmici*, che conteneva "La legge superiore", vale a dire il metodo per sviluppare in serie le funzioni di una variabile. La commissione ammise senz'altro che la formula di Wroński era in grado di incorporare tutte le espansioni dello stesso tipo note al tempo (come, per esempio, la formula di Taylor), ma si trattenne dal pronunciarsi sulla sua validità generale. Józef Maria non si diede per vinto, sollecitò più volte un parere definitivo e, subodorando l'intenzione di aprire una disputa, rifiutò il ruolo di Membro Corrispondente dell'Accademia, propostogli da Lagrange. L'Accademia non reagì con alcuna risposta ufficiale a nessuno dei suoi successivi solleciti. Tale memoria, come la già citata *Filosofia della matematica*, fu ignorata dall'Accademia, così come l'articolo *Sulla soluzione delle equazioni*. L'atteggiamento dell'Accademia nei confronti della *Critica alla teoria delle funzioni analitiche di Lagrange* non poteva certamente essergli favorevole: della commissione che doveva giudicare l'articolo di Wroński facevano infatti parte... Lagrange e i suoi amici. Ne ricevette un'ennesima opinione negativa la quale indusse Wroński a ritirare il suo studio dall'Accademia. Nn si trattenne, in accordo col suo carattere, dall'esprimere amari giudizi sugli accademici di Parigi ("nati nemici della Scienza", "les savants sur brevets" , sono solo tra i commenti più ... moderati).

Nel frattempo, le condizioni materiali di Wroński andavano peggiorando: di fatto, per lavorare alle sue pubblicazioni, trascurò l'insegnamento, e le malattie della moglie e del figlio lo costrinsero a vendere tutto il suo patrimonio. A nulla valsero tali sforzi, giacché il bambino morì e Wroński si impoverì a tal punto da arrivare persino ad indossare vestiti logori e laceri e a camminare con gli zoccoli. Non si vergognò di chiedere un appoggio finanziario a Napoleone il quale, naturalmente, era interessato a ben altri tipi di progetti. E così il Nostro visse ai margini della grande emigrazione polacca a Parigi, anche se - come scrisse nei suoi diari - la sua tesi sulle equazioni era dedicata proprio alla Patria Polacca.

Da un punto di vista finanziario, l'incontro più importante, in quegli anni di stenti, fu quello con P. Arson, un ricco commerciante e banchiere di Nizza, al quale Wroński fu presentato dal suo vecchio amico F. Girard (tra l'altro fondatore di una città polacca chiamata Żyrardów). Arson subì il fascino delle idee di Wroński e decise di finanziargli l'attività per qualche anno. In cambio Wroński gli avrebbe rivelato il segreto dell'Assoluto. Uno strano legame, questo tra filosofo e banchiere, che durò fino al 1816. Arson, divenuto segretario di Wroński, iniziò ad insistere affinché il segreto dell'Assoluto gli venisse rivelato e, ciò non avvenendo, finì per trascinarlo in tribunale. Il clamore della vicenda fu tale da ispirare, anni dopo, il tema del libro di Balzac, *La ricerca dell'Assoluto*. Infine Arson perse la causa e dovette pagare i debiti dell'ex-mentore (Wroński, tra l'altro, durante il processo, riuscì a convincere il giudice del fatto di possedere davvero il segreto dell'Assoluto). Dopo tali vicende, Wroński cominciò la pubblicazione di *Le Sphinx*, un periodico il cui fine era quello di diffondere le sue dottrine sociali, rendendole note ad un più ampio pubblico. Tutto ciò conservando alla matematica un ruolo privilegiato. Nell'arco temporale 1814–1819, le pubblicazioni di Wroński avevano quasi tutte come argomento la filosofia della matematica: *Filosofia dell'infinito* (1814), *Filosofia delle tecniche algoritmiche* (1815, 1816, 1817), *Critica delle teorie delle funzioni Laplace*, tutte puntualmente ignorate dall'Accademia.

8 Soggiorno in Inghilterra. Nel 1820 Wroński si recò in Inghilterra per partecipare ad un concorso per un premio per il miglior metodo di misurazione delle distanze nella navigazione. Si trattò di un viaggio molto sfortunato, giacché alla frontiera si vide sequestrare dai doganieri tutti gli strumenti, che non recuperò mai più. Privo di tali strumenti, senza la possibilità di esibizioni pratiche, quegli studi furono riconosciuti esclusivamente come teorici e pertanto non adatti per il premio. Come se non bastasse, qualche tempo dopo, T. Young, il segretario dell'Ufficio delle Distanze, corresse i dati delle tabelle allora note utilizzando i metodi di Wroński, "dimenticando" però di citarne la fonte. Invano, Wroński invio molte lettere di protesta anche all'*Associazione Reale delle Scienze*. Non ricevette mai alcuna risposta. E' di quest'epoca uno studio molto originale, *Introduzione alle lezioni di matematica* [18], [22] scritto in inglese e pubblicato a Londra nel 1821. In tale trattato, Wroński dichiarò che ogni sapienza positiva o si basa sulla matematica o deve necessariamente servirsene, essendone uno strumento irrinunciabile. Wroński suddivise lo sviluppo storico della matematica in quattro periodi più uno:

1. L'attività degli eruditi in Oriente ed Egitto, riguardante la matematica concreta, per

l'incapacità di avvalersi di concetti astratti;

2. Il periodo da Talete e Pitagora fino al Rinascimento, quando la mente umana fu in grado di concepire idee astratte ma in cui le verità scoperte apparivano come fatti singoli isolati, prescindendo da una legge generale. Così era trattata, per esempio, la descrizione delle proprietà delle intersezioni di coni;

3. L'epoca dei Tartaglia, Cardano, Ferrari, Cavalieri, Bombelli, Fermat, Vieta, Cartesio, Keplero,...: grazie all'algebra, la matematica giunge a studiare le leggi generali ma non è ancora conscia di se stessa: le leggi "generali" erano ancora sconosciute;

4. L'epoca delle grandi scoperte da parte di Newton e Leibniz del calcolo differenziale ed integrale, lo sviluppo di funzioni in serie, le frazioni continue propagandate da Eulero, le funzioni generatrici di Laplace, la teoria delle funzioni analitiche di Lagrange. La mente umana compie il salto di qualità, dalla considerazione delle quantità in se stesse alla considerazione della loro creazione nel calcolo delle funzioni, cioè dei calcoli differenziali.

Il quinto periodo, infine, inizia dalla scoperta di Wroński della *Legge Superiore* e delle tecniche algoritmiche; l'ulteriore sviluppo della matematica doveva basarsi su principi generali "assoluti", comprendenti tutta la matematica. Tutti i metodi e le teorie fino allora esistenti non esaurivano l'essenza della matematica, essendone prive dei fondamenti generali. Erano ancora relative, nonostante lo scopo della scienza dovesse essere quello di cercare il principio assoluto. Il quinto periodo, quindi, anela alla generalizzazione della matematica, che sarebbe stata davvero conseguita più tardi, ma non, come Wroński sperava, sulla base della filosofia. Vale la pena di elencare, qui, le nuove teorie che presto apparvero: la teoria dei gruppi (Galois), la geometria proiettiva (Monge, Poncelet), le geometrie Non-Euclidee (Lobaczewski, Bolyai, Gauss, Riemann) e la teoria degli insiemi (Cantor).

9 Canone dei logaritmi: un bestseller. Nel 1823 Wroński tornò nuovamente a Parigi e lavorò su tabelle matematiche e sulla costruzione di strumenti matematici: anelli aritmetici (per moltiplicazione e divisione), "aritmoscopio" (per varie operazioni aritmetiche). Fra tutti i risultati di Wroński in questo campo, il più importante è il suo *Canone dei Logaritmi* [19], [23]. Egli seppe combinare opportune decomposizioni di un numero in certe parti, che sono comuni a numeri differenti, in modo tale da poter stampare tali tavole, anche per grandi numeri, in una sola pagina. Per esempio, nel caso di logaritmi a 4 cifre decimali, la tabella entra in un quaderno da tasca. Il *Canone dei Logaritmi* di Wroński venne pubblicato e ripubblicato varie volte, anche in diverse lingue (dimostrando così che Wroński, oltre a lavori molto difficili da leggere, possedeva anche la capacità di comporre trattati più facilmente accessibili). Nel 1826 Wroński si recò in Belgio per un breve periodo, impressionando notevolmente i matematici belgi per i risultati che aveva ottenuto. E, di fatto, furono proprio i belgi a citare per primi il nome di Hoene-Wroński nella letteratura scientifica mondiale. Nel 1829 Wroński, attratto dai successi del progresso tecnologico, pubblicò una memoria riguardante il motore a vapore.

10 Lettere ai governanti d' Europa. Dagli anni 1830, fino al termine della sua vita, Wroński si concentrò esclusivamente sul concetto di *messianismo*. In questo periodo pubblicò il famoso *Discorso ai popoli slavi sul destino del mondo* e i suoi lavori più famosi: *Messianismo*, *Discussione sul messianismo*, e *Introduzione al messianismo*. Inviò anche dei memoranda al Papa Leone XII e agli Zar, per illustrare la sua idea di messianismo. Wroński scrisse molte lettere a molti governanti d'Europa. Lo scopo era quello di istruirli sul modo di governare. Le lettere contenevano formule matematiche specifiche che, secondo l'autore, spiegavano come governare. Un esempio è la formula tratta da *La Lettera Segreta a Sua Altezza*, Principe Louis Napoleone [21] del 1851, che suona più o meno come segue. Sia a il grado dell'anarchia, d il grado del dispotismo. Allora:

$$a = \left(\frac{m+n}{m} \cdot \frac{m+n}{n} \cdot\right)^{p-r} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{p+r} = \left(\frac{m+n}{n}\right)^{2p} \cdot \left(\frac{m}{m+n}\right)^{2r},$$

$$b = \left(\frac{m+n}{m} \cdot \frac{m+n}{n} \cdot\right)^{r-p} \cdot \left(\frac{n}{m}\right)^{p+r} = \left(\frac{n}{m+n}\right)^{2p} \cdot \left(\frac{m+n}{m}\right)^{2r},$$

dove $m =$ numero dei membri del partito liberale, $p =$deviazione di filosofia del partito liberale dalla vera religione, $n =$ numero dei membri del partito religioso, $r =$ deviazione del partito religioso dalla vera filosofia. Secondo Wroński, per la Francia bisognava assumere $p = r = 1$, e allora:

$$a = \left(\frac{m}{n}\right)^2, \qquad b = \left(\frac{n}{m}\right)^2$$

Inoltre $m/n = 2$, cioè $a = 4$, $d = 1/4$. Ciò significava che la libertà politica in Francia, ai tempi di Wroński, era quattro volte più grande di quella normale, e l'autorità del governo era un quarto di quella necessaria (sarebbe interessante applicare tale formula all'attuale governo polacco).

11 Filosofia. La filosofia di Wroński si fondava su presupposti kantiani, e si trasformò in metafisica in modo simile a quanto indicato da Hegel. Wroński non solo creò un sistema filosofico, ma ne creò anche una sua applicazione alla politica, alla storia, all'economia, alla legge, alla psicologia, alla musica (si veda [38]) e alla pedagogia. L'esistenza e la sapienza che discendono dall'Assoluto, definizione di Dio, sono spirito e/o saggezza. Pur non cimentandosi in una descrizione di tale essenza divina, tentò di dedurre dall'Assoluto quella legge generale che chiamò "La Legge della Creazione". La filosofia di Wroński prevedeva la ricostruzione del sistema politico, da uno pieno di contraddizioni ad uno pienamente ragionevole. Anche nella storia della filosofia, Wroński arrivò a distinguere quattro periodi, assegnando a ciascuno uno scopo diverso:

- Orientale – lo scopo materiale;
- Greco – romano – lo scopo morale;
- medievale – lo scopo religioso;

- moderno, fino al XVIII secolo – lo scopo intellettuale.

Il XIX secolo doveva essere un periodo di transizione fondato sulla competizione fra il blocco conservatore, tendente alle virtù, e quello liberale, tendente alla verità. Wroński fu uno dei più importanti esponenti polacchi della filosofia messianica e fu lui (e non Mickiewicz[13] o Towiański[14]) a introdurre la nozione stessa di messianismo. La vocazione dell'umanità, secondo il Nostro, doveva essere quella di stabilire un sistema politico su basi ragionevoli, nel quale unire virtù, verità, religione e scienza. Il Messia che conduce l'umanità alla felicità, è – secondo Wroński – la filosofia. Jerzy Braun fu cultore e promotore della filosofia di Wroński in Polonia. Il suo articolo *Aperçu de la philosophie de Wroński* pubblicato nel 1967 è molto apprezzato dagli studiosi francesi della filosofia di Wroński.

12 Matematica: La legge Superiore, Wrońskiano. Wroński lavorò prevalentemente in analisi e algebra. Il suo contributo all'algebra è già stato discusso. Quanto all'analisi[15] fu prima di tutto interessato all'espansione di funzioni in serie di potenze e alle equazioni differenziali. La più interessante idea matematica di Wroński è il metodo per espandere la funzione $f(x)$ di una variabile x nelle serie.

$$f(x) = c_1 g_1(x) + c_2 g_2(x) + c_3 g_3(x) + \dots$$

dove la successione delle funzioni $g_1(x), g_2(x)$ è data a priori e $c_1, c_2, \dots$ sono i coefficienti numerici da determinare. Notiamo che se $g_1(x), g_2(x), \dots$ formano una base ortonormale rispetto al prodotto interno standard, o rispetto a qualsiasi prodotto interno $<,>$ sullo spazio vettoriale (a dimensione infinita) dei polinomi di una variabile, allora per ogni i si ha $c_i =< f(x), g_i(x) >$. Tuttavia, tale situazione è rara. Wroński descrisse comunque un metodo per trovare i coefficienti c_i, detto il rango de *La Legge Superiore*. Dal punto di vista odierno, tale metodo pecca in precisione e rigore (per esempio Wroński non considerò la questione della convergenza), ma conteneva – oltre ad alcuni calcoli interessanti - delle idee utili. Esse furono più tardi utilizzate da Stefan Banach, che le formulò in modo molto preciso. Inoltre, arricchendole con concetti topologici, dimostrò che *La Legge Superiore di Hoene-Wroński* poteva essere impiegata in quelli che oggi sono noti come spazi di Banach, così come nella teoria dei polinomi ortogonali. Menzionerò qui la lettera quasi sconosciuta di Hugo Steinhaus scritta a Zofia Pawlikowska-Brożek:

[13] Adam Mickiewicz (1798-1855) era un poeta Romantico polacco. E' un poeta nazionale della Polonia e uno dei più grandi poeti in lingua slava, sulla stessa scia di Pushkin. I suoi contributi alla letteratura europea sono paragonabili con quelli di Byron e Goethe. Mickiewicz partecipò attivamente alla battaglia per guadagnare l'indipendenza alla sua terra, allora parte dell'Impero Russo. Avendo trascorso cinque anni in confino nella Russia centrale per la sua attivit politica, Mickiewicz lasciò l'impero nel 1829, e trascorse il resto della sua vita in esilio, prima a Roma e poi a Parigi, dove divenne professore di letteratura slava al College de France.

[14] Andrzej Towiański (1799-1878) fu un filosofo polacco e un un leader religioso del messianismo. Tra coloro che furono influenzati dal suo pensiero, vi erano i poeti Romantici polacchi, quali Adam Mickiewicz, Juliusz Sowacki e altri.

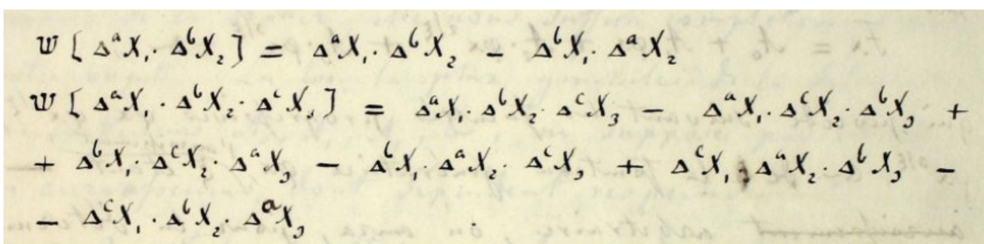
[15] A dir la verità, fare differenze tra algebra ed analisi non è troppo corretto, poiché Wroński spesso confuse i metodi algebrici con quelli analitici.

Forse troverai interessanti i fatti che riguardano due matematici polacchi: Hoene-Wroński e Banach. A Leopoli abbiamo avuto un'edizione degli studi di Wroński pubblicati a Parigi, e Banach mi ha mostrato una pagina scritta dal filosofo che discuteva "La Legge Superiore"; apparentemente Banach mi ha dimostrato che Wroński non parla della filosofia di messianismo. La questione riguarda l'espansione di funzioni arbitrarie nelle funzioni ortogonali (lettera del 28.06.1969).

Banach illustrò formalmente l'applicazione della Legge Superiore di Wroński all'analisi funzionale durante l'incontro presso l'Istituto Astronomico di Varsavia, condotto dal famoso astronomo Tadeusz Banachiewicz. Anch'egli, da giovane ricercatore, applicò i risultati di Wroński alle sue ricerche di astronomia teorica[16]. Il testo del discorso di Banach venne poi stampato ([2]).

Persino S. Kaczmarz e H. Steinhaus, nel loro libro [26] sui polinomi ortogonali, pubblicato nel 1936, posero la questione di valutare l'esatto contributo di Wroński alla teoria di questi polinomi. Sviluppando il metodo della Legge Superiore, Hoene-Wroński trovò un metodo per calcolare i coefficienti di una serie di funzioni. A tale scopo, come oggetti ausiliari, usò dei determinanti, che Thomas Muir nel 1882 chiamò *determinanti di Wroński*, o *Wrońskiani*, in un suo trattato sulla teoria dei determinanti [33]. Negli studi di Wroński, particolarmente nella Critica della teoria di Lagrange [16], Muir notò che Wroński, da vero pioniere, introdusse e usò sistematicamente le somme combinatorie[17], denotate con la lettera ebraica *Shin* - nel linguaggio moderno dette determinanti - che contengono le derivate successive delle funzioni coinvolte:

$$fg' - f'g, \qquad fg'h'' + gh'f'' + hf'g'' - fh'g'' - gf'h'' \qquad \ldots$$


$\mathfrak{W}[\Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2] = \Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 - \Delta^b X_1 \cdot \Delta^a X_2$

$\mathfrak{W}[\Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^c X_3] = \Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^c X_3 - \Delta^a X_1 \cdot \Delta^c X_2 \cdot \Delta^b X_3 +$
$+ \Delta^b X_1 \cdot \Delta^c X_2 \cdot \Delta^a X_3 - \Delta^b X_1 \cdot \Delta^a X_2 \cdot \Delta^c X_3 + \Delta^c X_1 \cdot \Delta^a X_2 \cdot \Delta^b X_3 -$
$- \Delta^c X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^a X_3$.

Un frammento della pagina 11 del manoscritto [16] con le somme combinatorie

[16] T. Banachiewicz applicò le idee della Legge Superiore di Wroński nel calcolo di cracovians - vedi [3].

[17] Nella matematica contemporanea i determinanti sono sempre associati alle matrici – sia concettualmente che nelle notazioni. Storicamente, i determinanti sono stati introdotti prima delle matrici "come somme con segni" e, come tali, sono stati utilizzati nei calcoli e si sono rivelati avere molte proprietà interessanti, le quali sembrano essere naturali solo quando si utilizza il linguaggio delle matrici (come, per esempio, il teorema di Binet-Cauchy). Le matrici sono state introdotte intorno al 1840 da Cayley e attorno al 1850 Hamilton e Sylvester hanno creato un chiaro legame fra il calcolo dei determinanti e dei minori, sulla base del concetto di matrice (si veda ad esempio [43]).

Nella notazione moderna il Wrońskiano di n funzioni reali $(n-1)$-volte differenziabili, $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)$, è definito e denotato come segue:

$$W(f_1, f_2, \ldots, f_n) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \ldots & f_n \\ f_1' & f_2' & \ldots & f_n' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & \ldots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

(si può anche definire il Wrońskiano di un sistema di funzioni vettoriali). Il determinante Wrońskiano è uno degli strumenti fondamentali nella teoria delle equazioni differenziali ([1], [40]). Tale viene detto a tutt'oggi nella letteratura matematica mondiale. Principalmente, esso è usato per verificare se una successione finita di funzioni è linearmente indipendente.

Supponiamo che $f_1(x), \ldots, f_n(x)$ siano funzioni differenziabili $(n-1)$ volte. Se $W(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ non è identicamente nullo, allora le funzioni $f_1, \ldots, f_n$ sono linearmente indipendenti.

Le proprietà e certe applicazioni dei Wrońskiani sono trattate in [7]. L'uso dei Wrońskiani comunque non si limita all'analisi. Nel classico riferimento [13] sulla teoria degli invarianti, gli autori impiegano i Wrońskiani nella teoria dell'algebra delle forme binarie. Analoghi dei Wrońskiani sono stati costruiti in diverse branche della matematica. Per esempio, i Wrońskiani di sistemi lineari (Galbura [12], Laksov [27]) sono particolarmente importanti nella geometria algebrica contemporanea; sono utilizzati nelle *formule di Plücker* in geometria enumerativa e nella teoria dei *punti di Weierstrass*. Questa invenzione, o forse scoperta, di Wroński, oltre ad essere pionieristica è veramente molto profonda e indica anche la sua spiccata sensibilità per ciò che e davvero essenziale. In particolare, mentre i determinanti delle matrici numeriche cominciavano appena ad apparire nei lavori di altri matematici, Wroński già usava determinanti funzionali più generali dei Wrońskiani. In fisica, Wroński era interessato alla teoria degli strumenti ottici e meccanica dei liquidi. Migliorò i motori a vapore, progettò il calcolatore meccanico, creò il concetto di "rotaie mobili", oggi noto come trazione su cingoli, anticipando così i tempi ancora una volta .

13 Wroński visto da Scienziati e Artisti. Wroński si cimentò genialmente in varie discipline e fu un alacre lavoratore. Nelle oltre 300 pagine dedicate alla biografia di Wroński, Dickstein[18] [9] scrive:

La sua natura di ferro richiese poco sonno e poco cibo; cominciava a lavorare la mattina presto e soltanto dopo un paio di ore di lavoro accettava di mangiare qualcosa, dicendo: Adesso mi sono guadagnato la giornata.

E poi aggiunge:

[18] Samuel Dickstein (1851-1939) fu un matematico e storico della scienza polacco di origini ebraiche. Fu professore all'Università di Varsavia e lavorò principalmente in algebra e teoria dei numeri. Compì molti sforzi per leggere e capire gli scritti di Wronski. Egli fondò, tra l'altro, "Wiadomości Matematyczne", che oggi fungono quali annali della Società Matematica Polacca.

La serietà del suo lavoro e la lotta contro la sfortuna non alterò la sua personalità tranquilla e il suo carattere allegro.

Wroński compose molti trattati di matematica, filosofia, fisica e scienze tecniche (si veda [25] e [8]).

Palazzo a Kórnik vicino a Poznań, dove è conservata la collezione dei manoscritti originali di Wroński. Potrebbero anche contenere interessanti risultati matematici sconosciuti al pubblico (foto di Stanisław Nowak).

Nel 1875 la Biblioteca di Kórnik acquistò la collezione dei libri di Wroński, articoli e manoscritti [25] da Bathilde Conseillant, sua figlia adottiva. Dopo la sua morte, gli amici (il più noto Leonard Niedźwiecki – lo spirito buono dell'Emigrazione Polacca e amico molto vicino a Wroński) si sforzarono di rendere possibile la pubblicazione dei lavori del Nostro (alcuni ancora in forma di manoscritto). Il risultato fu il riempimento di dieci volumi di ottocento pagine ciascuno. Tredici anni dopo la sua morte, la *Società Scientifica Polacca a Parigi*, il cui scopo era quello di riunire tutti gli scienziati polacchi, organizzò un concorso per la valutazione dei lavori di Wroński. Ne venne presentato solo uno. La ragione principale di ciò era da attribuirsi non solo alla scarsa popolarità dei suoi lavori - eccetto per i suoi "ammiratori"- ma anche al fatto che questi erano di difficile lettura, conseguenza dell'anelito di attingere alla generalità assoluta e all'unità fra concetti matematici e filosofici. Di fatto, Wroński non è un autore facile da leggere - è molto esigente, specialmente nella sua vita, prima di tutto con se stesso, ma anche con gli altri, e per questo non ebbe amici ma piuttosto nemici. Aveva un carattere molto difficile. In [9] leggiamo:

Combinò l'estrema semplicità della sua vita privata con il coraggio delle parole, l'orgoglio venuto dalla convinzione della sua missione storica e l'infallibilità della sua filosofia. Considerò gli avversari di questa filosofia come nemici della Verità e li combatté con veemenza, usando spesso argomenti troppo personali …

A sua scusante potrebbe forse dirsi, però, che, durante la sua vita, Wroński non ricevette mai una sola critica costruttiva, la quale - oltre ad indicargli le parti non chiare - avrebbe potuto selezionare le idee veramente originali contenute nelle sue ricerche. L'atteggiamento negativo dell'Accademia Francese non gli guadagnò fama. Con amarezza, Wroński scrisse, a proposito degli scienziati di Parigi:

A questi signori non interessa né il Progresso né la Verità …

Wroński fu un indubbio precursore dei tempi. Balzac descrisse Wroński come "la più potente mente d'Europa". Norwid - il famoso scrittore polacco - ebbe un'opinione simile (si veda [37], pagina 30). Le visioni politiche di Wroński previdero l'Unione Europea - una federazione degli stati uniti d' Europa, governata da un parlamento comune.

Dickstein scrisse:

*Oltre alla versatilità, la caratteristica dominante della mente di Wroński fu, diciamo, l'abilità architettonica. In uno dei suoi primi lavori (*Filosofia etica*) Wroński disse che il privilegio più bello della mente umana è l'abilità di costruire sistemi.*

In Germania forse, chi può dirlo?, Wroński avrebbe potuto incontrare più lettori in grado di apprezzare i suoi scritti, composti nello stile dei grandi filosofi tedeschi. Wroński è – non solo secondo l'autore di questo testo - uno dei grandi scienziati polacchi più disprezzato nel suo paese, e tanto più valorizzato, a quanto pare, all'estero. Per esempio, nel Museo della Scienza a Chicago, sulla tabella con i nomi dei più importanti matematici nella storia, si trovano solo tre nomi di matematici polacchi: Copernico, Banach e Hoene-Wroński. Anche la posizione di Wroński nella filosofia del XIX secolo è molto lusinghiera. Pare che il Wroński filosofo sia molto più considerato in Francia che in Polonia (si veda [46], [10]). Eppure, ritengo, l'eredità scientifica di un così grande pensatore dovrebbe essere necessariamente compendiata in una monografia completa nel suo Paese.

14 Non omnis moriar. La vita di Wroński fu lunga ma fu difficile. Mentre era in vita[19] nessuna autorità scientifica espresse giudizi positivi sul suo lavoro. Nel 1853 Wroński scrisse

[19] Durante la vita di Wroński, sono stati pubblicati due importanti lavori, [41] e [32], che ne illustrano le conquiste in matematica. In [41], i suoi teoremi e le sue formule sono indicati in un paio di dozzine di punti; in [32] vengono riassunte le sue idee piu importanti. Nonostante ciò, i pensatori contemporanei sapevano poco dei risultati raggiunti da Wroński e, spesso, reinventarono cose che egli aveva scoperto molti anni prima. Circa 20 anni dopo la sua morte, alcune note relative a Wroński matematico e filosofo apparvero nel libro di Poncelet Applicazioni di Analisi e di Geometria, e anche nelle opere di Cayley [5] e Transon [45], [46], che ha sviluppato le idee di Wroński. Si potrebbe dire che i Wrońskiani erano fermamente noti in matematica anche prima che Muir avesse coniato il termine. Nel volume multiplo Storia dei Determinanti [34] e [35], nel periodo 1838–1920 le opere dedicate ai Wrońskiani sono riepilogate come se fossero state scritte da: Liouville, Puiseaux, Christoffel, Sylvester, Frobenius, Torelli, Peano. Sottolinea Muir, che l'interesse per i Wrońskiani fiorisce col passare del tempo.

due lavori, e ne preparò un terzo pronto per essere pubblicato: aveva studiato la teoria delle maree. I primi due li mandò al Ministero della Marina. Gli risposero che le formule di Laplace erano completamente sufficienti per i bisogni del ministero. Un nuovo duro colpo per lo scienziato settantacinquenne che, dopo 50 anni di lavoro difficile, si vide ancora una volta rifiutare un minimo riconoscimento. Morì il 9 agosto 1853 a Neuilly. Poco prima della sua morte bisbigliò a sua moglie queste parole:

Dio Onnipotente, avevo ancora cosi tanto da dire.

Józef Maria Hoene-Wroński è sepolto al cimitero a Neuilly. Sulla sua tomba, in francese, queste parole, questa frase:

LA RICERCA DELLA VERITA E' LA TESTIMONIANZA DELLA POSSIBILITA' DI TROVARLA.

Mi rendo conto, ora che ho terminato di scriverlo, che questo articolo ha molto in comune con quello che composi su Alexander Grothendieck in *Wiadomości Matematyczne*, pubblicato nel 2004 (si veda anche American Mathematical Monthly, novembre 2006). Nei suoi diari *Raccolte e semina* (in Francese; volume I, pagina 94) Grothendieck scrisse:

... stanotte ... ho capito che il DESIDERIO di conoscere e la CAPACITÀ di conoscere e scoprire sono la stessa cosa.

Ringraziamenti. Il fascino della figura di Hoene–Wroński mi è stato trasmesso dalle conversazioni avute con Alain Lascoux, senza le quali l'articolo non sarebbe mai stato scritto. La veste finale di questo testo è la sintesi delle varie conversazioni e commenti presentati da vari autori durante la sessione "Un Tributo a Józef Hoene-Wroński", menzionata nell'introduzione; ringrazio i relatori, e anche Jerzy Browkin, Maciej Skwarczyński. Sono grato anche a Jan Krzysztof Kowalski, Maria Pragacz, Jolanta Zaim per il l'aiuto nel processo editoriale, così come a Wanda Karkucińska e Magdalena Marcinkowska, della Biblioteca dell'Accademia Polacca delle Scienze di Kórnik, per avermi permesso di pubblicare il dagherrotipo di Wroński e parti dei suoi manoscritti. Ciò mi è stato estremamente utile. Infine vorrei ringraziare Magda Jarosz, Letterio Gatto e Francesca Mori per la traduzione di questo testo in lingua italiana e ringrazio anche Paolo Aluffi, Jacek Brodzki e specialmente Letterio Gatto per gli utili commenti.

Riferimenti bibliografici

[1] V. I. Arnold, *Equazioni differenziali ordinarie*, Edizioni Mir, Mosca 1979 (tradotto dal Russo de V. G. Pedrocchi).

[2] S. Banach, *Über das "Loi suprême" von J. Hoene-Wroński*, Buletin International de l'Academie Polonaise des sciences et de lettres, Série A (1939), 450–457.

[3] T. Banachiewicz, *Rachunek krakowianowy z zastosowaniami*, PAN, Komitet Astronomiczny, PWN, Warszawa 1959 (in Polacco).

[4] C. Brezinski, *History of continued fractions and Padé approximants*, Springer, Berlin 1991.

[5] A. Cayley, *On Wroński's theorem*, Quart. J. Math. 12 (1873), 221–228.

[6] J. Dianni, A. Wachułka, *Tysiąc lat polskiej myśli matematycznej*, PZWS, Warszawa 1963 (in Polacco).

[7] S. Dickstein, *Własności i niektóre zastosowania wrońskianów*, Prace Matematyczno-Fizyczne 1 (1888), 5–25 (in Polacco).

[8] S. Dickstein, *Katalog dzieł i rékopisów Hoene-Wrońskiego*, Akademia Umiejętności, Kraków 1896; anche in [9] pagina 239–351 (in Polacco).

[9] S. Dickstein, *Hoene-Wroński. Jego życie i prace*, Akademia Umiejętności, Kraków 1896 (in Polacco).

[10] J-C. Drouin, *Les grands thèmes de la pensée mesianique en France de Wroński 'a Esquiros: christianisme ou laicisme*, in: Mesianisme et slavophilie, Wyd. Uniw. Jagiel., Kraków 1987, 55–66.

[11] W. Fulton, *Intersection theory*, Springer, Berlin 1984.

[12] G. Galbura, *Il Wronskiano di un sistema di sezioni di un fibrato vettoriale di rango i sopra una curva algebrica ed il relativo divisore di Brill–Severi*, Ann. Mat. Pura Appl. 98 (1974), 349–355.

[13] J. H. Grace, A. Young, *The algebra of invariants*, Cambridge University Press, Cambridge 1903; esiste una ristampa: Stechert & Co., New York 1941.

[14] J. M. Hoene-Wroński, *Introduction à la Philosophie des Mathématiques et Technie de l'Algorithmique*, Courcier, Paris 1811.

[15] J. M. Hoene-Wroński, *Résolution générale des équations de tous les degrés*, Klostermann, Paris 1812.

[16] J. M. Hoene-Wroński, *Réfutation de la théorie des fonctions analytiques de Lagrange*, Blankenstein, Paris 1812.

[17] J. M. Hoene-Wroński, *Philosophie de la technie algorithmique: Loi Suprême et universele; Réforme des Mathématiques*, Paris 1815–1817.

[18] J. M.Hoene-Wroński, *A course of mathematics, Introduction determining the general state of mathematics*, London 1821.

[19] J. M. Hoene-Wroński,*Canons de logarithms*, Didot, Paris 1824.

[20] J. M. Hoene-Wroński, *Réforme absolue et par conséquent finale du Savoir Humain*, Tome I: Réforme des Mathématiques; Tome III: Résolution générale et défnitive des équations algébriques de tous les degrés, Didot, Paris 1847–1848.

[21] J. M. Hoene-Wroński,*Epitre Secréte à son Altese le Prince Louis-Napoléon*, Dépôt des Ouvrages Mesianiques, Metz 1851.

[22] J. M. Hoene-Wroński, *Wstęp do wykładu Matematyki*, tradotto dal Francese da L. Niedźwiecki, Biblioteka Polska, Quais d'Orleans 6, Paris 1880 (in Polacco).

[23] J. M. Hoene-Wroński, *Kanony logarytmów*, tradotto dal Francese da S. Dickstein, Warszawa 1890 (in Polacco).

[24] J. M. Hoene-Wroński, *Wstęp do Filozofii Matematyki oraz Technia Algorytmi*, tradotto dal Francese da P. Chomicz, Prace Towarzystwa Hoene-Wrońskiego, Inst. Wyd. "Biblioteka Polska", Warszawa 1937 (in Polacco).

[25] J. M. Hoene-Wroński, *L'eredità nella Biblioteca PAN a Kórnik:* http://www.bkpan.poznan.pl/biblioteka/index.html

[26] S. Kaczmarz, H. Steinhaus, *Theorie der Orthogonalreihen*, Warszawa–Lwów, 1936.

[27] D. Laksov, *Wrońskians and Plücker formulas for linear systems on curves*, Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (4) 17 (1984), 45–66.

[28] A. Lascoux, *Diviser!*, in: M. Lothaire, Mots, Mélanges offerts à M.-P. Schützenberger, Hermés, Paris 1990.

[29] A. Lascoux, *Wroński's factorization of polynomials*, in: Topics in Algebra, Banach Center Publ. 26, Part 2, PWN, Warszawa 1990, 379–386.

[30] A. Lascoux, *Symmetric functions and combinatorial operators on polynomials*, CBMS Regional Conf. Ser. in Math. 99, Amer. Math. Soc., Providence 2003.

[31] A. Lascoux, P. Pragacz, *Double Sylvester sums for subresultants and multi-Schur functions*, J. Symbolic Comp. 35 (2003), 689–710.

[32] A. S. de Montferier, *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées*, Paris 1834–1840.

[33] T. Muir, *A treatise on the theory of determinants*, London 1882; esiste una ristampa: Dover, New York 1960.

[34] T. Muir, *The theory of determinants in the historical order development*, 4 volumi, Macmilan & Co., London 1906, 1911, 1920, 1923; esiste una ristampa: Dover, New York 1960.

[35] T. Muir, *Contributions to the history of determinants*, 1900–1920, Blackie and Son, London, Glasgow 1930.

[36] R. Murawski, *Genius or madman? On the life and work of J. M. Hoene-Wroński* in: European mathematics in the last centuries (ed. W. Więsław), Wrocław 2005, 77-86.

[37] C. K. Norwid, *O Szopenie*, Fundacja Narodowego Wydania Dzieł Fryderyka Chopina, Łódź 1999 (in Polacco e in Francese).

[38] H. Ohsugi, T. Wada, *Gröbner bases of Hilbert ideals of alternating groups*, J. Symb. Comp. 41 (2006), 905–908.

[39] L. S. Pontryagin, *Equazioni differenziali ordinarie*, Mir, Mosca 1974 (in Russo; tradotto dal Francese).

[40] F. Schweins, *Theorie der Differenzen und Differentiale*, Heidelberg 1825.

[41] T. J. Stieltjes, *Recherches sur les fractions continues*, Ann. Fac. Sc. Toulouse 8 (1894), 1–122.

[42] J. J. Sylvester, *A theory of the syzygetic relations of two rational integral functions*, Phil. Trans. Royal Soc. London CXLIII, Part I (1853), 407–548.

[43] T. N. Thiele, *Interpolationrechnung*, Teubner, Leipzig 1909.

[44] A. Transon, *Réflexions sur l'événement scientifique d'une formule publié par Wroński en 1812 et démontrée par Cayley en 1873*, Nouvelles Annales de mathématiques 13 (1874), 161–174.

[45] A. Transon, *Lois des séries de Wroński. Sa phoronomie*, Nouvelles Annales de mathématiques 13 (1874), 305–318.

[46] F. Warain, *L'ouvre philosophique d'Hoene-Wroński*, Textes, commentaires et critique, 3 volumi, Les Editions Vega, Paris 1933, 1936, 1938.