prof. dr hab. Grzegorz Karch
Uniwersytet Wrocławski, Instytut Matematyczny
pl. Grunwaldzki 2/4 , 50-384 Wrocław, Poland
tel. +48 71 375 74 07, +48 71 375 74 01, fax + 48 71 375 74 29
e-mail: grzegorz.karch@math.uni.wroc.pl http://www.math.uni.wroc.pl/~karch

Wrocław, dnia 2 maja 2023 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Jakuba Skrzeczkowskiego zatytułowanej

„Singular limits and rough behavior in evolutionary equations arising in physics and biology"

Jakub Skrzeczkowski jest wybitnym młodym matematykiem, rozpoznawalnym nie tylko w Polsce, ale również na arenie międzynarodowej, a jego rozprawa doktorska jest jedną z najlepszych, jakie dotychczas miałem okazję recenzować. Rozprawę tę czyta się z dużą przyjemnością, gdyż zawiera ona jasny opis trudnych i nowoczesnych wyników z teorii równań różniczkowych cząstkowych.

W skład rozprawy wchodzi 9 prac.

1. B. Perthame, J. Skrzeczkowski. *Fast reaction limit with nonmonotone reaction function.* Communications on Pure and Applied Mathematics, published online (2023).

2. J. Skrzeczkowski. *Fast reaction limit and forward-backward diffusion: a Radon-Nikodym approach*. Comptes Rendus Mathématique, 360, p. 189-203, 2022.

3. C. Elbar, M. Mason, B. Perthame, J. Skrzeczkowski. *From Vlasov equation to degenerate nonlocal Cahn-Hilliard equation*. Communications in Mathematical Physics, published online.

4. C. Elbar, J. Skrzeczkowski. *Degenerate Cahn-Hilliard equation: From nonlocal to local.* J. Differential Equations 364 (2023), 576–611.

5. J. A. Carrillo, C. Elbar, J. Skrzeczkowski. *Degenerate Cahn-Hilliard systems: from nonlocal to local.* In preparation.

6. C. Elbar, P. Gwiazda, J. Skrzeczkowski, A. Świerczewska–Gwiazda. *From nonlocal Euler-Korteweg to local Cahn-Hilliard.* In preparation.

7. M. Bulíček, P. Gwiazda, J. Skrzeczkowski. *Parabolic equations in Musielak-Orlicz spaces with discontinuous in time N-function*. Journal of Differential Equations, 290, 17-56, 2021.

8. M. Bulíček, P. Gwiazda, J. Skrzeczkowski, J. Woźnicki. *Non-Newtonian fluids with discontinuous-in-time stress tensor.* Available at arXiv:2209.10695.

9. M. Bulíček, P. Gwiazda, J. Skrzeczkowski. *On a range of exponents for absence of Lavrentiev phenomenon for double phase functionals.* Archive for Rational Mechanics and Analysis, 246, 209–240, 2022.

Prace te powstały we współpracy z wybitnymi uczonym, a te które już są opublikowane, ukazały się w najbardziej prestiżowych czasopismach matematycznych. Dorobek ten wystarczyłyby na trzy wyróżniające się rozprawy doktorskie. Uwzględniając publikacje, które nie zostały włączone do rozprawy doktorskiej (w bazie MathSciNet znalazłem trzy takie prace) oraz współautorstwo w monografii, która ukazała się w Cambridge University Press, uznałbym cały dorobek naukowy Jakuba Skrzeczkowskiego za wystarczający do uzyskania stopnia doktora habilitowanego. Powyższe

stwierdzenie wystarczyłoby by uznać rozprawę doktorską Jakuba Skrzeczkowskiego jako wyróżniającą – zwyczajowo jednak umieszcza się w recenzji krótkie streszczenie uzyskanych wyników z rozprawy, co bardzo skrótowo czynię poniżej.

Rozprawa doktorska zawiera nowe wyniki z teorii ewolucyjnych równań cząstkowych w dwóch obszarach: w analizie singularnych granic oraz w analizie równań z niestandardowym wzrostem, gdzie wzrost zmienia się nieregularnie w czasie. Tego typu zagadnienia motywowane są ważnymi zastosowaniami.

W pierwszej części rozprawy rozważane są granice osobliwe kilku równań z biologii i fizyki matematycznej. Badane zagadnienia dotyczą m.in. układu równań reakcji-dyfuzji z niemonotoniczną szybką reakcją, gdzie w granicy obserwujemy szybkie oscylacje analizowane za pomocą teorii miar Younga. W rozprawie, badana jest też granica hydrodynamiczna równania Vlasova z odpowiednio dobraną siłą tak, aby w granicy otrzymać równanie Cahna-Hilliarda i jest to pierwsze rygorystyczne wyprowadzenie tego równania z opisu mikroskopowego. W rozprawie udowodniono zbieżności nielokalnego równania Cahna-Hilliarda do równania lokalnego, w przypadku zdegenerowanej mobilności. Badana jest również zbieżność równania Eulera-Kortewega do równania Cahna-Hilliarda w tzw. granicy wysokiego tarcia, w przypadku nielokalnego równania Eulera-Kortewega - wówczas, układem granicznym jest nielokalne równanie Cahna-Hilliarda.

Druga część rozprawy dotyczy równań parabolicznych o niestandardowym wzroście, gdzie wzrost zmienia się nieregularnie i nieciągle w czasie, a klasycznym przykładem jest równanie $p(t, x)$-Laplace'a. W rozprawie udowodniono istnienie i jednoznaczność rozwiązań dla p nieciągłych po zmiennej czasowej i log-Hölderowsko ciągłych po zmiennej przestrzennej.

Udowodniono również istnienie rozwiązań dla równań płynów nienewtonowskich z tensorem naprężeń, który jest nieciągły po zmiennej czasowej. Ostatni rozdział rozprawy dotyczy funkcjonałów dwufazowych, czyli funkcjonałów, których wzrost zmienia sięw zależności od punktu przestrzeni. Używając nowych metod aproksymacji, w rozprawie poprawiono dotychczas znane zakresy wykładników w badanych funkcjonałach i uzyskane wyniki są bliskie optymalnym.

Znam Jakuba Skrzeczkowskiego od lat i z zainteresowanie śledzę jego rozwój naukowych. Godnym podziwu jest fakt, że współpracuje on z wieloma wybitnymi matematyka spoza swojego środowiska naukowego, którymi publikuje bardzo dobre prace. Z przyjemnością wysłuchałem jego wystąpienia na konferencji w Będlewie, podczas którego z wielki zapałem i w bardzo przejrzysty sposób opowiadał o swoich wynikach Jego osiągnięcia naukowe niejednokrotnie były doceniane i wyróżniane: jest m.in. laureatem Nagrody im. Kazimierza Kuratowskiego przyznawanej przez IMPAN i Polskie Towarzystwo Matematyczne, otrzymał stypendium START Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej oraz stypendium dla młodych naukowców przyznawanych przez Ministerstwo.

Na podstawie powyższych uwag, stwierdzam, że rozprawa doktorska Jakuba Skrzeczkowskiego spełnia z dużym nadmiarem wymogi Ustawy i wnoszę o dopuszczenie Doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Ponieważ dorobek naukowy Jakuba Skrzeczkowskiego uważam za wybitny, zgłaszam wniosek, aby Rada Naukowa Instytutu Matematycznego PAN uznała jego rozprawę doktorską za wyróżniającą.

G. Karch

prof. dr hab. Grzegorz Karch