dr Michał Urbański
Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki
dr Janusz Wąsowski
Politechnika Warszawska, Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Niedokładny ekstensywny pomiar oparty na porównywaniu

Przedmiotem zainteresowania jest konstrukcja reprezentacji pomiaru niedokładnego z empirycznego punktu widzenia. W przypadku fizycznych pomiarów empiryczne przyporządkowanie liczb do fizycznych obiektów oparte jest na relacji binarnej porównywania $\prec$ i operacji dodawania $\oplus$. Idea pomiaru jest następująca: wyróżniamy pewien obiekt jako wzorzec (w metrologicznym sensie) i określamy miarę badanych obiektów względem tego wzorca.

Niech A będzie zbiorem badanych obiektów. Rozważamy model błędów pomiarowych, w którym

1) A jest $\mathbb{N}$-zbiorem dodatnich obiektów; w A obiekt może być wielokrotnie replikowany, sumę $\underbrace{x \oplus \ldots \oplus x}_{m \text{ razy}}$ nazywamy *m-kopią* obiektu x i oznaczamy symbolem $m.x$;
2) $\prec$ jest relacją przeciwzwrotną i przechodnią w A;
3) replikowanie obiektów zachowuje relację $\prec$, tj. dla dowolnych $x, y \in A$ i $m \in \mathbb{N}$, jeżeli $x \prec y$ to $m.x \prec m.y$;
4) spełniony jest aksjomat Archimedesa.

Niech $z \in A$ będzie wzorcem. W komunikacie rozważamy reprezentację pomiaru opartą na porównywaniu, zdefiniowaną jako parę funkcji $l_z, u_z : A \to \mathbb{R}^+$

$$l_z(x) = \sup L_z(x) \quad \text{i} \quad u_z(x) = \inf U_z(x),$$

gdzie

$$L_z(x) = \left\{ \frac{m}{n} \mid m.z \prec n.x,\ m, n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{i} \quad U_z(x) = \left\{ \frac{m}{n} \mid n.x \prec m.z,\ m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Pomijając szczególne przypadki, funkcje l_z i u_z *słabo* reprezentują $\prec$. Spełniają one następujące warunki: dla dowolnych $x, y \in A$ i $k \in \mathbb{N}$

(i) $0 < l_z(x)/\sqrt{l_z(z)} \leq u_z(x)/\sqrt{u_z(z)}$,
(ii) $x \prec y \Rightarrow (l_z(x) < l_z(y) \text{ i } u_z(x) < u_z(y))$,
(iii) $l_z(k.x) = kl_z(x)$, $u_z(k.x) = ku_z(x)$.

Ponadto, niech $a \in [l_z(x), u_z(x)] \cap \mathbb{Q}^+$ i niech $\sim$ oznacza relację nieporównywalności zdefiniowaną następująco: $x \sim y \Leftrightarrow (x \not\prec y \text{ i } y \not\prec x)$. Wtedy $n.y \sim m.x$ dla dowolnych $n, m \in \mathbb{N}$ takich, że $a = m/n$.

Literatura

[1] M. Le Menestrel, B. Lemaire, *Biased extensive measurement: The general case*, Journal of Mathematical Psychology 50 (2006), 570–581.
[2] M. Urbański, J. Wąsowski, *Inexact extensive measurement based on comparison*, w przygotowaniu.