dr Jolanta Socała
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Raciborzu
prof. dr hab. Witold Kosiński
Polsko-Japońska Wyższa Szkoła Technik Komputerowych, Warszawa
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego, Bydgoszcz

Zastosowanie metody funkcji dolnej do badania zbieżności algorytmów genetycznych

W badaniu wielu zjawisk przyrodniczych i procesów technologicznych istotną rolę odgrywają operatory Markowa, nieujemne operatory liniowe, ich półgrupy oraz budowane za ich pomocą modele. Badanie różnych własności wspomnianych operatorów i półgrup pozwala nam wnioskować o zachowaniu matematycznych modeli opisujących zjawiska czy procesy. Jednym z podstawowych problemów jest tutaj badanie różnego typu zbieżności iteracji operatorów bądź półgrup operatorów.

W szczególności, w przypadku operatorów Markowa na przestrzeni funkcji całkowalnych, rozważana jest asymptotyczna stabilność. Jest ona definiowana jako silna zbieżność ciągu kolejnych iteracji operatora Markowa P na dowolnej gęstości f (tzn. zbieżność ciągu $P^n f$) do pewnej ustalonej gęstości f^*, niezależnej od początkowej gęstości f, przy czym gęstość f^* jest jedyną gęstością niezmienniczą operatora P. Przez gęstość rozumiemy tutaj funkcję całkowalną, nieujemną, o całce równej jeden.

A. Lasota i J. A. Yorke udowodnili, że warunkiem wystarczającym i koniecznym asymptotycznej stabilności dla operatora Markowa jest istnienie nietrywialnej *funkcji dolnej*, tzn. takiej nieujemnej funkcji całkowalnej h, że (mówiąc skrótowo) $P^n f \geq h$ dla dowolnej gęstości f i dużych n. Twierdzenie Lasoty-Yorke'a dało początek całej serii twierdzeń o funkcji dolnej.

R. Rudnicki udowodnił twierdzenie o funkcji dolnej dla operatorów dodatnich (bez założenia o zachowaniu całki) na przestrzeni funkcji ciągłych. Wykazał on, że istnienie dodatniej stałej α, spełniającej warunek $P^n f \geq \alpha$ dla dowolnej dodatniej funkcji f oraz dużych n, implikuje wykładniczą stacjonarność operatora P. Pojęcie to jest bezpośrednim uogólnieniem na operatory niezachowujące całki pojęcia asymptotycznej stabilności. Operator nazywamy *wykładniczo stacjonarnym*, jeśli istnieje pewna stała dodatnia λ, pewna dodatnia funkcja f^* oraz ciągły liniowy funkcjonał L taki, że ciąg $\lambda^{-n} P^n f$ jest zbieżny do $f^* L f$ dla dowolnej funkcji dodatniej f.

Kolejne wyniki dotyczące tej tematyki otrzymali A. Zalewska, A. Lasota i J. A. Yorke, A. Lasota i R. Rudnicki, J. Socała.

Twierdzenia o funkcji dolnej są wygodnymi narzędziami badania zbieżności operatorów Markowa oraz operatorów nieujemnych. Kryteria te były z powodzeniem stosowane między innymi w przypadku operatora Frobeniusa-Perrona transformacji punktowych, dla operatorów całkowych, dla półgrup generowanych przez równania różniczkowe. Metoda funkcji dolnej pozwoliła zbadać zachowanie różnych modeli fizycznych, biologicznych i medycznych.

W niniejszej pracy pokazujemy zastosowanie metody funkcji dolnej do badania zachowania algorytmów genetycznych. Rozpatrywane w pracy algorytmy genetyczne, używane do rozwiązywania niegładkich problemów optymalizacyjnych, są wynikiem złożenia dwóch operatorów losowych: selekcji i mutacji. Złożenie tych operacji jest macierzą Markowa.