Jarosław Michalkiewicz

Zmodyfikowane twierdzenia Kołmogorowa

Twierdzenie Kołmogorowa można wyrazić wzorem [1]

$$h(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} g_q\Big(\sum_{p=1}^{n} f_{p,q}(x_p)\Big) \tag{1}$$

gdzie h jest dowolną funkcją ciągłą n zmiennych, a g i f odpowiednio funkcją zewnętrzną i wewnętrzną. Kołmogorow w swoim dowodzie przyjął jako funkcje $f_{p,q}$ pewne stałe, których istnienie wykazał, lecz których znaleźć prosto nie można. Autor zmodyfikował twierdzenie Kołmogorowa przez wprowadzenie funkcji wewnętrznej $f_{p,q}$ jako funkcji liniowej lub całkowitoliczbowej.

Zmodyfikowane indeksowane twierdzenie Kołmogorowa

Niech i_p^q wyznacza się z warunku definicyjnego na zbiór D_k, to znaczy

$$\frac{1}{(9n)^k}\Big(i_p^q - 2 - \frac{q}{3n}\Big) < x_p \leq \frac{1}{(9n)^k}\Big(i_p^q - 1 - \frac{q}{3n}\Big) \tag{2}$$

a

$$j_q = \sum_{p=1}^{n} i_p^q N^{p-1} \qquad \text{i} \qquad N = \operatorname*{card}_i D_k \tag{3}$$

Niech

$$\zeta_p^q = \frac{1}{(9n)^k}\Big(i_p^q - 1 - \frac{q}{3n}\Big) \tag{4}$$

Twierdzenie (zmodyfikowane indeksowane twierdzenie Kołmogorowa). *Dowolną funkcję $h(x_1, \ldots, x_n)$ ciągłą i rzeczywistą na $\underbrace{E \times \ldots \times E}_{n \text{ razy}}$ można aproksymować rzeczywistą funkcją $ha(x_1, \ldots, x_n)$*

$$ha(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} g_q[j_q] \tag{5}$$

z dowolnie małym błędem, gdzie $g_q[j_q]$ jest określone wzorem

$$g_q[j_q] = \frac{h(\zeta_1^q, \ldots, \zeta_n^q)}{2n+1} \tag{6}$$

i $1 \leq p \leq n$, $1 \leq q \leq l$.

Oczywiste jest, że funkcja $ha(x_1, \ldots, x_n)$ jest stałą na elementach „kraty”.

Zmodyfikowane przez autora twierdzenie Kołmogorowa ma zastosowanie w teorii i praktyce sieci neuronowych.