

## Równowaga ekonomiczna w ujęciu wariacyjnym

W referacie zostaną zaprezentowane zagadnienia równowagi ekonomicznej oraz jego pewne uogólnienia w języku nierówności wariacyjnych. W pierwszym z przedstawionych rezultatów zostanie dowiedzione istnienie walrasowskiej równowagi ekonomicznej bez założenia ścisłej wklęsłości funkcji użyteczności konsumentów. Drugi z prezentowanych wyników dostarcza warunków dostatecznych istnienia rozwiązania następującego problemu:

Znaleźć  $0 < r \leq 1$  oraz układ  $(\pi, (x_j), (\alpha_j))$ ,  $\pi \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $\pi \neq \mathbb{O}$ ,  $x_j \in \mathbb{R}_+^n$  oraz  $\alpha_j \in \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$ ,  $j = 1, \dots, m$ , takie, że

$$\begin{aligned} & -\alpha_j A_j \pi \in \partial \bar{V}_j(x_j), \quad \langle A_j \pi, x_j \rangle - \phi_j(\pi) \in \partial \underset{\geq 0}{\text{ind}}(\alpha_j), \quad \text{jeśli } \alpha_j \in \mathbb{R}_+, \\ & -A_j \pi \in \partial^\infty \bar{V}_j(x_j), \quad \langle A_j \pi, x_j \rangle = \phi_j(\pi), \quad \phi_j(\pi) = 0, \quad \text{jeśli } \alpha_j = +\infty, \quad (PQ) \\ & \Phi(\tau) - \Phi(\pi) \geq \langle \tau - \pi, \frac{1}{r} \sum_{j=1}^m A_j^T x_j \rangle, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}_+^n. \end{aligned}$$

Problemowi (PQ) nadajemy interpretację zagadnienia równowagi ekonomicznej traktując funkcje wklęsłe  $-V_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ , jako funkcje użyteczności, a funkcje  $\phi_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ , jako funkcje przychodu  $j$ -tego konsumenta oraz zakładając, że funkcja wypukła  $\Phi$  spełnia warunek  $\Phi = \sum_{j=1}^m \phi_j$ .

W drugiej części referatu zostaną zaprezentowane przykłady ukazujące nowe możliwości wynikające z wariacyjnego podejścia do klasycznego modelu Arrowa-Debreu. W podejściu tym dopuszcza się ceny równowagi  $\pi$  należące do brzegu ortantu  $\text{Fr } \mathbb{R}_+^n$ . Konsekwencją tego jest możliwość pojawienia się sytuacji, w której konsument dostarcza na rynek koszyk towarów o wartości zerowej. Więcej, w prezentowanych przykładach wykorzystywane są funkcje użyteczności, które dopuszczają tzw. stan „błogostanu” konsumenta. Efektem tego jest pojawienie się w modelu stałej  $r \in (0, 1]$  odpowiadającej za sytuację, kiedy całkowity popyt jest częścią całkowitej podaży (prawo Walrasa nie jest spełnione).