Jurij Głazunow
Politechnika Gdańska
Aleksandr Erszow
Państwowy Uniwersytet Techniczny w Murmańsku

Nieliniowy model matematyczny wędzenia ryb

Procesy odwadniania i nasycania materiałów pewnymi substancjami są szeroko rozpowszechnione tak w naturze jak i w technice. W technice przy wytwarzaniu nowych materiałów służą one nadaniu im wymaganych właściwości fizyczno-chemicznych, specyficznego zapachu, smaku, koloru itp. Stanowią one podstawę wielu sposobów produkowania produktów spożywczych i w szczególności każdej technologii wędzenia mięsa albo ryb na skalę przemysłową. W ostatnim przypadku duże ilości produkcji wymagają opracowania niezawodnych sposobów wytwarzania wyrobów, a — co za tym idzie — zastosowania ścisłych metod badania zachodzących tutaj procesów transportu energii i substancji.

Metody te opierają się zwykle na wykorzystaniu zadań brzegowych dla równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych. Równania mają charakter paraboliczny albo tak zwaną postać konwekcyjno-dyfuzyjną i z reguły należą do modeli liniowych. A, jak wiadomo [1], model liniowy bardzo często nie uwzględnia szczegółów procesu i, ułatwiając procedurę rozwiązywania, prowadzi często do utraty cennych informacji.

Jest również inna strona rozpatrywanej sytuacji. Każdy materiał przeznaczony do wytwarzania produktów spożywczych stanowi środowisko ciągłe z bardzo specyficznymi charakterystykami. To środowisko, jak zawsze, jest przewodnikiem ciepła i substancji, jednak w trakcie ich transportu zmienia swoje właściwości fizyczne (masę, gęstość, współczynniki przewodzenia ciepła, substancji itp.). Taka specyfika transportu w jego opisie matematycznym prowadzi do nieliniowych równań kinetycznych postaci

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(a_1 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x}\Big), \quad \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(a_2 \frac{\partial \vartheta_2}{\partial x}\Big), \quad \rho c \frac{\partial \vartheta_3}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(\lambda \frac{\partial \vartheta_3}{\partial x}\Big).$$

Tutaj $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ — wilgotność, koncentracja fenolów i temperatura; a_1, a_2 są współczynnikami dyfuzji wilgoci i fenolów; λ — współczynnik przewodzenia ciepła; ρ i c — gęstość i ciepło właściwe.

Warunki brzegowe można przyjąć następujące:

$$\vartheta_i(x,t)\Big|_s = \vartheta_{ip}, \quad \frac{\partial \vartheta_i}{\partial x}(0,\tau) = 0, \quad \vartheta_i(x,0) = \vartheta_{i0} \quad (i = 1,2,3).$$

Rozwiązanie zadania otrzymane za pomocą metody wariacyjnej [2] w pierwszym stadium ma postać

$$\Theta_i(X, \mathrm{Fo}) = q_i^{-2}[X - (1 - q_i)]^2, \quad q_i = \big[d_{i-1}(11.308 + 6.923 m_1^{(i)} + 4.936 m_2^{(i)})\mathrm{Fo}\big]^{1/2}.$$

W drugim stadium wyraża się ono jako

$$\Theta_i(X, \mathrm{Fo}) = q_i + (1 - q_i)X^2.$$

Tutaj Θ_i $(i = 1,2,3)$ — bezwymiarowe zmienne zależne (potencjały transportu); X, Fo — bezwymiarowe zmienna przestrzenna i czas; q_i — współrzędne uogólnione.

Mimo że rozwiązanie ma postać nieskomplikowaną (co jest bardzo korzystne w oszacowaniach o charakterze inżynierskim), ocena błędu *a posteriori* wskazuje na możliwość jego wykorzystania w badaniach nad zjawiskami nieliniowymi.

Literatura

[1] J. A. Michajłow, J. T. Głazunow, *Metody wariacyjne w teorii nieliniowego transportu ciepła i substancji*. Zinatnie, Ryga 1985.

[2] J. T. Głazunow, *Metody wariacyjne*. Elbląska Uczelnia Humanistyczno-Ekonomiczna, Elbląg 2005.