prof. dr hab. Jarosław Bartoszewicz
Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego

O reprezentacji rozkładów ważonych

Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie z dystrybuantą F i niech $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ będzie funkcją, dla której $0 < E[w(X)] < \infty$. Rozkład o dystrybuancie

$$F_w(x) = \frac{1}{E[w(X)]} \int_{-\infty}^{x} w(u)\, dF(u)$$

nazywa się *rozkładem ważonym* związanym z F, z *funkcją wagową* w. Zmienna losowa X_w o rozkładzie F_w nazywa się *ważoną wersją* zmiennej X.

Bartoszewicz i Skolimowska [1] udowodnili, że jeśli w jest rosnąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = L_W(F(x))$ i jeśli w jest malejąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = 1 - L_W(1 - F(x))$, gdzie L_W jest *krzywą Lorenza* zmiennej losowej $W = w(X)$. Błażej [2] uogólnił ten wynik i udowodnił, że dla dowolnej funkcji wagowej w $F_w(x) = F^*(F(x))$, gdzie F^* jest pewną absolutnie ciągłą dystrybuantą na przedziale $[0, 1]$. W ten sposób okazało się, że rozkłady wielu ważnych statystyk można traktować jako rozkłady ważone, a twierdzeń teorii tych rozkładów można użyć w dowodach ich własności.

W komunikacie zostanie przedstawione następujące twierdzenie, rozszerzające wynik Błażeja [2].

Twierdzenie. *Niech $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ będzie funkcją wagową postaci $w(x) = \phi(v(x))$, gdzie v jest ściśle monotoniczną lewostronnie ciągłą funkcją. Wówczas*

$$X_w =^{\mathrm{st}} v^{-1}(V_\phi),$$

gdzie $V = v(X)$ i V_ϕ jest ważoną wersją zmiennej V z funkcją wagową ϕ.

Zaprezentowane zostanie również zastosowanie tego twierdzenia do udowodnienia pewnych własności rozkładów wartości rekordowych i potęg zmiennej losowej o rozkładzie *gamma*.

Literatura

[1] J. Bartoszewicz, M. Skolimowska, *Preservation of classes of life distributions and stochastic orders under weighting*, Statistics and Probability Letters 76 (2006), 587–596.

[2] P. Błażej, *Preservation of classes of life distributions under weighting with a general weight function.* Statistics and Probability Letters 78 (2008), 3056–3061.