

dr Jarosław Mikołajski i dr Ewa Schmeidel

Politechnika Poznańska

Wydział Elektryczny, Instytut Matematyki

E-mail: jmikolaj@math.put.poznan.pl, ewa.schmeidel@put.poznan.pl

**Porównanie własności oscylacyjnych
rozwiązań równań różniczkowych
i równań rekurencyjnych
o tym samym równaniu charakterystycznym
na przykładzie równań liniowych trzeciego rzędu
o stałych współczynnikach**

Wraz z rozwojem nowoczesnych metod obliczeniowych istotnego znaczenia nabrały równania dyskretne, nazywane rekurencjami, częstokroć zastępujące równania różniczkowe w modelowaniu matematycznym. Równania rekurencyjne w literaturze angielskojęzycznej nazywane są “difference equations”, czyli równaniami różnicowymi. Na przykład, równanie logistyczne opisujące dość wiernie wzrost pojedynczej populacji w środowisku o ograniczonych zasobach bywa zapisywane w postaci równania różniczkowego (równanie Verhulst-Pearla) albo w postaci równania rekurencyjnego (różnicowego) (równanie Pielou). Nasuwa się pytanie, czy matematyczny model danego zjawiska zapisany w postaci ciągłej (równanie różniczkowe) i zapisany w postaci dyskretnej (równanie rekurencyjne) prowadzą do rozwiązań o tym samym zachowaniu asymptotycznym, czy też nie. Wiadomo, że równanie logistyczne w postaci ciągłej i dyskretnej mogą, przy odpowiednio dobranych współczynnikach, posiadać rozwiązania o odmiennej asymptocie. Okazuje się zatem, że zastosowanie modelu matematycznego dyskretnego w miejsce ciągłego może prowadzić do rozwiązań różnych jakościowo. Odmienny charakter rozwiązań, w zależności od zastosowanego modelu ciągłego lub dyskretnego, jest widoczny już w przypadku równań liniowych o stałych współczynnikach.

W pracy rozważane są: liniowe równanie różniczkowe trzeciego rzędu o stałych współczynnikach i równanie rekurencyjne (różnicowe) liniowe trzeciego rzędu o stałych współczynnikach — oba o tym samym równaniu charakterystycznym. Pokazano, że tak dobrane równania (różniczkowe i rekurencyjne) mogą posiadać rozwiązania o odmiennym charakterze oscylacyjnym nawet w przypadku, gdy pierwiastki równania charakterystycznego są te same.