

## Macierzowa reprezentacja modelu ubezpieczenia wielostanowego ze stochastyczną stopą procentową

Jednym z istotnych problemów w aktuarialnej analizie ubezpieczeń jest określenie przeciętnej wartości świadczenia i jej zmienności. Z praktycznego punktu widzenia interesującym jest rozważanie ubezpieczenia, w którym jednorazowe świadczenia i raty renty płacone są na koniec okresu (rok, miesiąc itp.), a składki płacone są z góry w takich samych odstępach czasu. Dlatego dyskretny model jest często wykorzystywany w praktyce aktuarialnej. W tym przypadku formuły wyrażające momenty łącznych zdyskontowanych przyszłych przepływów pieniężnych wynikających z zawarcia umowy ubezpieczenia są dość rozbudowane (szczególnie jeżeli oprócz losowości związanej z dalszym czasem trwania życia ubezpieczonego, brana jest pod uwagę także losowa stopa procentowa).

Jednym z rozwiązań, które pozwala na uproszczenie zapisu, a tym samym analizy ubezpieczenia, jest wprowadzenie notacji macierzowej. W odniesieniu do terminowych rent i ubezpieczeń na życie (które są najprostszym przykładem ubezpieczeń wielostanowych) notacja macierzowa została wyprowadzona w pracy [1]. Niestety nie może być ona bezpośrednio zastosowana w odniesieniu do ubezpieczeń wielostanowych.

Celem referatu jest prezentacja rozwiązania powyższego problemu. W szczególności przedstawienie w formie macierzowej pierwszych dwóch momentów łącznych zdyskontowanych przyszłych przepływów pieniężnych wynikających z umowy ubezpieczenia wielostanowego, przy założeniu losowości stopy procentowej. Rozwiązanie polega na istotnej modyfikacji klasycznego (jak np. w [2]) sposobu opisu *modelu wielostanowego* przez zdefiniowanie tak zwanego *rozbudowanego modelu wielostanowego*, co zostało przedstawione w pracy [3]. Idea zaproponowanego modelu polega na uwzględnieniu w definicji przestrzeni stanów nie tylko zdarzeń losowych, których dotyczy ubezpieczenie, ale także pewnych przepływów pieniężnych powstałych w wyniku zawarcia umowy ubezpieczenia.

Uzyskany jednolity zapis macierzowy umożliwia zastosowanie go do wszystkich rodzajów klasycznych rent i ubezpieczeń na życie oraz ubezpieczeń wieloopcyjnych. Notacja macierzowa nie tylko upraszcza zapis, ale także pozwala obserwować zależność między stopą procentową a śmiertelnością ubezpieczonego. Innym korzystnym aspektem jest możliwość uzyskania przejrzystej formy ważnych równań, np. zasady równoważności. Ponadto forma macierzowa znacznie ułatwia analizę portfela ubezpieczeń oraz obliczenia numeryczne.

### Literatura

- [1] J. Dębicka, *Moments of cash value of future payment streams arising from life insurance contracts*, Insurance: Mathematics and Economics 33 (2003), 533–550.
- [2] J. Dębicka, *Macierzowa reprezentacja modelu ubezpieczenia wielostanowego ze stochastyczną stopą procentową*, Raporty Techniczne Katedry Statystyki i Cybernetyki Ekonomicznej, TR-40, Akademia Ekonomiczna, Wrocław 2004.
- [3] S. Haberman, E. Pitacco, *Actuarial Models for Disability Insurance*, Chapman & Hall/CRC, 1999.