

mgr Piotr Polak
 prof. dr hab. Grigory Sklyar
 Instytut Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego

Asymptotyka C_0 -półgrup na pewnych gęstych, niedomkniętych zbiorach: zastosowania w analizie stabilności równań typu neutralnego

Ważnym problemem w teorii równań różniczkowych jest ustalenie stabilności lub/i wyznaczenie asymptotycznego zachowania rozwiązań. W przypadku równań liniowych w przestrzeni skończonej wymiarowej wykładnicza stabilność równania jest równoważna z położeniem spektrum w otwartej lewej półpłaszczyźnie zespolonej. Dla równań w przestrzeniach nieskończonej wymiarowych problem ten jest dużo bardziej skomplikowany. W ogólnym przypadku wyłącznie na podstawie położenia spektrum nie można wnioskować o asymptotycznym zachowaniu rozwiązań. W szczególności układ może być asymptotycznie stabilny nawet jeśli posiada spektrum na osi urojonej. Z drugiej strony może być niestabilny nawet w przypadku kiedy jego spektrum zawarte jest w otwartej, lewej półpłaszczyźnie i zbliża się ono do osi urojonej.

Główną cechą charakteryzującą zachowanie rozwiązań jest indeks wzrostu odpowiedniej półgrupy operatorów związanej z równaniem. W krytycznym przypadku, gdy indeks ten wynosi zero, półgrupa nie może być stabilna wykładniczo, ale wciąż może być stabilna asymptotycznie. Jeśli tak jest, to rozwiązania mogą dążyć do zera z dowolnie małą szybkością. Jednak szybkość malenia rozwiązań mających odpowiednio regularny stan początkowy może zostać ograniczona z dołu przy założeniu, że spektrum generatora znajduje się w otwartej, lewej półpłaszczyźnie. Zagadnienie to było rozważane dla coraz szerszych klas generatorów silnie ciągłych półgrup, między innymi dla operatorów ograniczonych (Sklyar, Shirman, 1982), dla operatorów generujących ograniczone półgrupy (Arendt, Batty, 1988; Lyubich, Phong, 1988), dla operatorów normalnych (Bátkai, Engel, Prüss, Schnaubelt, 2006). Udało nam się uogólnić powyższy rezultat na pewną klasę generatorów półgrup, niebędących operatorami normalnymi. Wśród tej klasy znajdują się m.in. operatory związane z pewnymi równaniami z opóźnieniem typu neutralnego. Stąd też otrzymane rezultaty mają bezpośrednie zastosowanie do analizy stabilności równań typu neutralnego.

Bibliografia

- [1] R. Rabah, G. M. Sklyar, A. V. Rezounenko, *Stability analysis of neutral type systems in Hilbert space*, J. Differential Equations 214 (2005), 391–428.
- [2] G. M. Sklyar, P. Polak, *Asymptotic growth of solutions of neutral type systems*, Applied Math. Optim. 67 (2013), 453–477.
- [3] Gen Qi Xu, Siu Pang Yung, *The expansion of a semigroup and a Riesz basis criterion*, J. Differential Equations 210 (2005), 1–24.
- [4] H. Zwart, *Riesz basis for strongly continuous groups*, J. Differential Equations 249 (2010), 2397–2408.