Bronisław Jakubczyk
Instytut Matematyczny PAN

Odwracalne układy sterowania z dyskretnym czasem: geometria i optymalność

Układ z dyskretnym czasem postaci

$$x(t) = f(x(t-1), u(t)), \quad t = 1, 2, \dots,$$

gdzie $x(t) \in X$ jest skończeniewymiarowym stanem układu, a $u(t) \in U$ jest sygnałem wejściowym (sterowaniem), jest często stosowanym modelem do opisu dynamiki realnych procesów. Ogólna analiza jego własności jest utrudniona faktem, że brak bezpośrednich narzędzi geometrycznych do jego badania. Przy dodatkowym założeniu, że układ jest odwracalny w czasie, tzn. stan $x(t-1)$ można wyznaczyć jednoznacznie mając dane sterowanie $u(t)$ i stan $x(t)$, narzędzia takie można wprowadzić (wcześniejsze prace autora wspólne z D. Normand-Cyrot i E. Sontagiem). Są one podobne do narzędzi stosowanych w analizie układów nieliniowych z czasem ciągłym.

W wykładzie wprowadzimy pola wektorowe (wariacje I i II rzędu) przypisane układowi odwracalnemu. Pokażemy, że warunki I i II rzędu na optymalność można wyrazić w terminach tych pól wektorowych. Również problem lokalnej sterowalności układu można rozwiązać przy użyciu tych pól oraz ich nawiasów Liego (praca wspólna z M. Barbero-Linan, 2014). W rozwiązaniu tego ostatniego problemu istotną rolę gra nowe twierdzenie o odwzorowaniu otwartym.