

Mariusz Jurkiewicz  
 Wojskowa Akademia Techniczna  
 E-mail: mjurkiewicz@wat.edu.pl

## Zastosowanie teorii Morse'a do problemu istnienia multirozwiązań zagadnień brzegowych wyższych rzędów z parametrami

Ustalając dowolne  $k \geq 2$ , przedyskutujemy problem istnienia nieskończenie wielu rozwiązań dla następującej rodziny zagadnień brzegowych, stanowiących matematyczną podstawę modeli fizycznych, mechanicznych oraz ekonomicznych

$$\begin{cases} (-1)^k x^{(2k)}(t) + \sum_{j=1}^k \lambda_j x^{(2k-2j)}(t) = (-1)^{i-1} f_i(t, x^{(2i-2)}(t)) \\ x^{(2j)}(0) = x^{(2j)}(1) = 0, \end{cases} \quad j = 0, \dots, k-1$$

gdzie  $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$  oraz  $f_i : [0, 1] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

Z geometryczno-topologicznego punktu widzenia większość klasycznych metod używanych w kontekście istnienia multirozwiązań, takich jak twierdzenie Rabinowitza o istnieniu nieograniczonego ciągu punktów krytycznych czy lemat o przełęczy górskiej, oparta jest o tzw. indeks  $\mathbb{Z}_2$ . W konsekwencji wymagane jest odpowiednie zachowanie części nieliniowej w zerze oraz nieskończoności (patrz [6, 7]).

Naszym celem jest zaproponowanie dość nowatorskiego podejścia do prezentowanego problemu, opartego o nieskończeniowym wymiarową teorię Morse'a. W efekcie zastosowania wspomnianej teorii, elementów topologii algebraicznej oraz własności topologicznych przestrzeni o wymiarze nieskończonym, otrzymujemy twierdzenia egzystencjalne znoszące wspomniane ograniczenia na część nieliniową i poprawiające znacząco wyniki uzyskane po zastosowaniu teorii opartych o indeks  $\mathbb{Z}_2$ .

### Bibliografia

- [1] K. C. Chang, *Infinite Dimensional Morse Theory and Multiple Solution Problems*, Birkhäuser, Boston, 1993.
- [2] J. Dugundji, A. Granas, *Fixed Point Theory*, Springer, New York, 2003.
- [3] M. Jurkiewicz, *On solutions of fourth-order Lidstone boundary value problem at resonance*, Ann. Polon. Math. 95 (2009).
- [4] M. Jurkiewicz, *Existence result for the Lidstone boundary value problem at resonance*, J. Math. Anal. Appl. 394 (2012), 248–259.
- [5] M. Jurkiewicz, *Some remarks on exact solution of Lidstone Boundary value problem*, Biuletyn WAT LXI, Nr 4, 2012.
- [6] M. Jurkiewicz, *Existence of infinitely many solutions to Lidstone BVP* (wysłano do TMNA).
- [7] M. Jurkiewicz, *Existence of solutions for higher order BVP with parameters via critical point theory* (w przygotowaniu).
- [8] M. Struwe, *Variational Methods: Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems*, fourth ed., Springer, Berlin, 2008.