

Bronisław Jakubczyk
Instytut Matematyczny PAN, Warszawa

Uogólnione sterowania i roboty mobilne

W wielu zastosowaniach występują układy postaci

$$\Sigma : \dot{x} = \sum_{i=1}^m u_i X_i(x),$$

gdzie x jest skończeniowym stanem układu a u_i są współrzędnymi sterowania (lub po prostu zmiennymi dowolnie zależącymi od czasu). W szczególności, takie układy służą do opisu robotów mobilnych a także do opisu sterowanych układów kwantowych. Zwykle ilość współrzędnych sterowania jest mniejsza niż ilość współrzędnych stanu co oznacza, że przestrzeń możliwych prędkości układu w ustalonym x jest mniejsza niż cała przestrzeń prędkości (ograniczenia nieholonomiczne).

W wykładzie zajmiemy się pytaniem, czy można „pokonać” ograniczenia nieholonomiczne. Dokładniej, rozważymy klasę uogólnionych sterowań, dzięki którym można uzyskać „niedozwolone prędkości”. Przykładowo, gdy opisywany układ to samochód, takie uogólnione sterowanie pozwala samochodowi „przesuwać się w bok”.

W ogólnym przypadku układ rozszerzony o uogólnione sterowania jest postaci

$$\Sigma_e : \dot{x} = \sum_{i=1}^m u_i X_i(x) + \sum_j v_j Y_j(x),$$

gdzie pola wektorowe Y_j są otrzymane jako nawiasy Liego pól X_1, \dots, X_m a uogólnione sterowania v_j powstają jako granice szybko oscylujących harmonicznym sterowań u_1, \dots, u_m . Pokażemy, że dla dowolnego układu Σ i sterowań harmonicznym można podać jawny wzór na trajektorię układu Σ . Można następnie tak dobrać harmoniczne sterowania by zrealizować (w granicy) uogólnione sterowania v_j potrzebne do bardziej subtelno sterowania układem. Wprowadzony formalizm zilustrujemy na przykładzie prostych układów mechanicznych związanych z robotami mobilnymi. Rozważany problem prowadzi do podstawowych problemów rozważanych w kombinatoryce i teorii wolnych algebr Liego.