

prof. dr hab. inż. Wojciech Mitkowski

dr hab. inż. Krzysztof Oprzędkiewicz

AGH Kraków, Wydział EAIiE, Katedra Automatyki i Inżynierii Biomedycznej

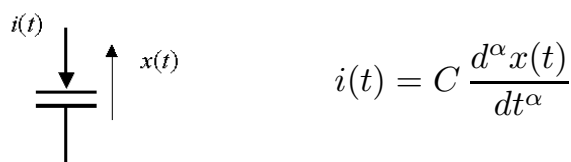
E-mail: Wojciech.Mitkowski@agh.edu.pl; kop@agh.edu.pl

Zastosowania układów czasowych niecałkowitego rzędu

W ostatnich latach w związku z rozwojem technik komputerowych wzrasta zainteresowanie układami opisywanymi równaniami różniczkowymi niecałkowitego rzędu α . Przykładem takiego macierzowego równania różniczkowego jest

$$\frac{d^\alpha x(t)}{dt^\alpha} = Ax(t), \quad t \geq 0, \quad \alpha \in (0, 1]. \quad (1)$$

Wybierając w (1) odpowiednie α można lepiej „dopasować” model matematyczny do rzeczywistych pomiarów. Dobrym przykładem jest tak zwany superkondensator, czyli kondensator o dużej pojemności (np. pojemność 1–3000 F) pokazany na kolejnym rysunku.



Rys. 1. Zależność prądu od pochodnej napięcia na okładkach superkondensatora

Inne ciekawe zastosowania można znaleźć przy opisie układów o parametrach rozłożonych oraz przy projektowaniu układów regulacji automatycznej z wykorzystaniem odpowiedniej transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{(T_M s + 1)^M (T_\alpha s + 1)^\alpha}. \quad (2)$$

Parametry transmitancji zastępczej mogą być wyznaczone z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów na podstawie odpowiedzi skokowej rzeczywistego obiektu, przy czym istotnym problemem jest modelowanie transmitancji zastępczej z użyciem typowych narzędzi, np. środowiska MATLAB/SIMULINK. Praca wykonywana częściowo w ramach projektu AGH nr 11.11.120.817.

Literatura

- [1] T. Kaczorek, *Selected Problems in Fractional Systems Theory*, Springer-Verlag, 2011.
- [2] W. Mitkowski, *Dynamical properties of Metzler systems*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences, 56 (2008), 309–312.
- [3] W. Mitkowski, A. Obrączka, *Simple identification of fractional differential equation*, Solid State Phenomena 180 (2012), 331–338.
- [4] K. Oprzędkiewicz, *A Strejc model-based, semi-fractional (SSF) transfer function model*, Automatyka (w druku, 2012).
- [5] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Academic Press, San Diego 1999.
- [6] M. Weilbeer, *Efficient Numerical Methods for Fractional Differential Equations and their Analytical*, Technische Universität Braunschweig, Doktors Dissertation, 2005.