O interaktywnych przestrzeniach Focka

Łukasz Jan Wojakowski

Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski
pl.Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław, Poland

Lukasz.Wojakowski@math.uni.wroc.pl

22 lutego 2006

Niech $\mathcal{H}$ będzie zespoloną przestrzenią Hilberta. Przestrzen Focka konstruujemy wychodząc z przestrzeni

$$\mathcal{F}(\mathcal{H}) = \mathbb{C}\Omega \oplus \bigoplus_{n=1}^{\infty} \mathcal{H}^{\otimes n}. \tag{1}$$

i wyposazając ją w stosowny iloczyn skalarny. W interaktywnych przestrzeniach Focka typu jednomodowego jest to

$$\langle \Omega, \Omega \rangle_{\omega} = 1 \tag{2}$$

$$\langle x_1 \otimes \cdots \otimes x_n , y_1 \otimes \cdots \otimes y_m \rangle_{\omega} = \delta_{n,m} \prod_{j=1}^{n} \omega_{j-1} \langle x_j , y_j \rangle . \tag{3}$$

W najprostszym przypadku gdy $\omega_j \equiv 1$ jest to wolna przestrzeń Focka. W przestrzeniach tych definiuje się operatory kreacji $c^*(f)$

$$c^*(f)\Omega = f$$
$$c^*(f) f_1 \otimes \cdots \otimes f_n = f \otimes f_1 \otimes \cdots \otimes f_n.$$

i sprzężone z nimi operatory anihilacji $c(f)$

$$c(f)\Omega = 0$$
$$c(f) f_1 \otimes \cdots \otimes f_n = \omega_{n-1} \langle f, f_1 \rangle f_2 \otimes \cdots \otimes f_n.$$

oraz operatory pola $Q_\alpha(f)$

$$Q_(f) = c^*(f) + c(f). \tag{4}$$

Operatory pola $Q_\alpha(f)$ są modelem nieprzemiennych gaussowskich zmiennych losowych. Gdy przestrzeń jest wolną przestrzenią Focka, operatory $Q_\alpha(f)$ mają rozkł ad Wignera, wolny odpowiednik rozkł adu gaussowskiego, oraz dla ortonormalnych f,g są niezależne w sensie wolnym. Zajmiemy się na odczycie zbadaniem wł asnóści tych operatorów w interaktywnych przestrzeniach Focka typu jednomodowego.